

Projet en laboratoire
3^{ième} année de Licence
Physique UNSA
(2005-2006)

3^{ième} Son dans l'Hélium Superfluide

LAHROUNI Sanaa, NAVARRO Luc,
OLIVETTI Alain

Responsable :
Jean-Pierre ROMAGNAN
Jean-Claude NOIRAY

Table des matières

1	Introduction	3
2	Diagramme de phase	3
2.1	L'hélium, un liquide permanent	3
2.2	Courbe d'équilibre liquide-solide à basse température	4
3	Propriétés de l'hélium superfluide	5
3.1	Sa viscosité	5
3.2	Modèle du mélange à deux fluides	6
3.3	Effet thermomécanique	7
4	Les sons dans l'hélium liquide	8
4.1	Le premier son	8
4.2	Le deuxième son	8
4.3	Le troisième son	9
4.3.1	Rappel sur l'interaction de Van der Waals	9
4.3.2	Le troisième son	11
4.3.3	Equation de propagation	11
5	Conclusion	12

1 Introduction

L'hélium liquide a ouvert tout un domaine de recherche en physique : celui des basses températures. Cela a permis d'observer de nouveaux phénomènes comme la supraconductivité et la superfluidité. L'hélium liquide en tant que liquide cryogénique est donc un moyen d'atteindre de basses températures ($\sim 0,1\text{K}$) mais c'est aussi un système expérimental modèle à part entière que se soit de l'hélium 4, de l'hélium 3, ou bien un mélange des deux. C'est un système expérimental modèle car il est extrêmement pur (à basse température les impuretés sont piégées) et reste liquide jusqu'au zéro absolu dans les conditions normales. Ceci permet de l'utiliser sous forme de film mince liquide (quelque couche atomique (a.l : "atomic layer")) comme système expérimental modèle bidimensionnel sans défaut.

L'hélium possède deux isotopes : l'hélium 3 (^3He) et l'hélium 4 (^4He). ^4He est le plus commun tandis que ^3He est principalement un produit de réaction nucléaire.

Puisqu'il s'agit de deux isotopes, ils possèdent les mêmes propriétés chimiques. Cependant, dès que l'on se place à très basses températures, les propriétés physiques diffèrent. Cela résulte de la différence de statistique entre ces deux isotopes.

Les différences de statistiques ne se manifestent que lorsque la longueur d'onde de De Broglie devient supérieure à la distance interatomique. Par conséquent lorsque l'on se place à très basse température, la différence entre ^4He et ^3He qui sont respectivement des Bosons et des Fermions va commencer à apparaître puisque la longueur d'onde de De Broglie¹, définie par $\lambda = h/\sqrt{3mKT}$, augmente lorsque T décroît.

2 Diagramme de phase

Le diagramme de phase de l'hélium représenté par la Figure 1 possèdent des particularités uniques dont nous allons discuter maintenant.

2.1 L'hélium, un liquide permanent

L'hélium est un liquide permanent. Qu'entend-on par cela ? Il s'agit là, d'une propriété unique de l'hélium, c'est le seul composé qui reste liquide jusqu'au zéro absolu sous pression de vapeur saturante. A la différence d'un diagramme classique habituel **on n'observe pas de point triple**.

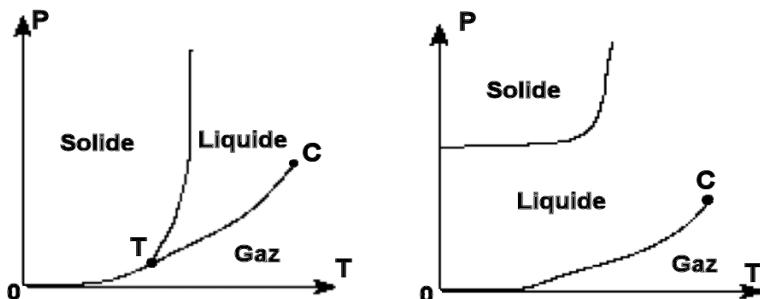


FIG. 1 – Gauche : Diagramme classique; Droite : Diagramme de l'hélium

Il existe deux raisons à cela :

La première est que la couche externe de l'atome d'hélium est remplie. Son moment dipolaire est donc faible et l'énergie d'interaction entre deux atomes d'hélium est réduite. Pour donner une idée, cette énergie attractive est de l'ordre de 7,2K.

La seconde est sa faible masse, qui fait que l'énergie de point zéro en phase solide² est de l'ordre de 10K.

Comme $E_{\text{attraction}} < E_{\text{zero}}$, les atomes de ^4He ne peuvent constituer de phase solide. Pour ^3He plus léger, l'énergie de point zéro est encore plus grande.

Pour voir que l'hélium est le seul à posséder cette propriété, mentionnons le cas de l'hydrogène, plus léger ($E_{H,\text{pointzero}} \sim 40\text{K}$), mais qui pourtant se solidifie à basse température car il possède un seul électron, et l'énergie d'interaction entre deux atomes d'hydrogène est plus grande ($E_{H,\text{attraction}} \sim 70\text{K}$).

¹Nous avons : $(1/2)mv^2 = (3/2)KT \Rightarrow p = mv = \sqrt{3mKT} \Rightarrow \lambda = h/\sqrt{3mKT}$

²Pour déterminer l'énergie de point zéro, nous considérons la phase solide de l'hélium, obtenue sous pression. Dans ce cas la localisation Δx d'un atome nous permet d'obtenir l'énergie de point zéro $\Delta E = (\Delta p)^2/2m$ par l'intermédiaire du principe d'incertitude d'Heisenberg : $\Delta E = \hbar^2/2m(\Delta x)^2$

2.2 Courbe d'équilibre liquide-solide à basse température

Une autre particularité du diagramme est qu'il existe une zone où la courbe d'équilibre solide-liquide devient quasiment parallèle à l'axe des abscisses (Voir Figure 2).

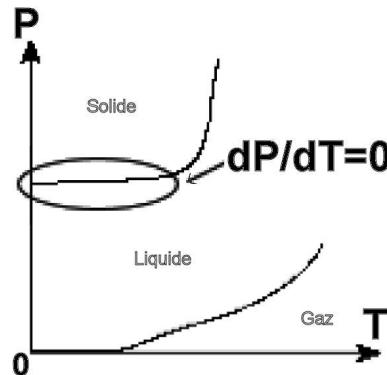


FIG. 2 – Particularité du diagramme de Clapeyron à l'interface solide-liquide

On rappelle que d'après la relation de Clapeyron :

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{L-S} = \frac{S_l - S_s}{v_l - v_s}$$

Donc l'horizontalité de la courbe d'équilibre liquide solide à basse température :

$$\left(\frac{dP}{dT}\right)_{L-S} \approx 0 \implies S_l \approx S_s$$

Cela signifie que l'entropie du liquide est quasiment égale à l'entropie du solide à basse température. Ceci est tout à fait inhabituel dans la mesure où un solide est en général plus "ordonné spatialement" qu'un liquide et donc possède une entropie plus faible. Ici puisque $S_l \approx S_s$, le liquide est aussi ordonné que le solide! En fait l'ordre du liquide est un ordre dans l'espace des moments, résultant de la condensation de Bose. Ce liquide n'est donc pas un liquide normal, il est particulier, et se trouve dans l'état superfluide.

La transition entre l'état normal et l'état superfluide a été mesurée expérimentalement et a permis de compléter le diagramme de phase (Voir Figure 3).

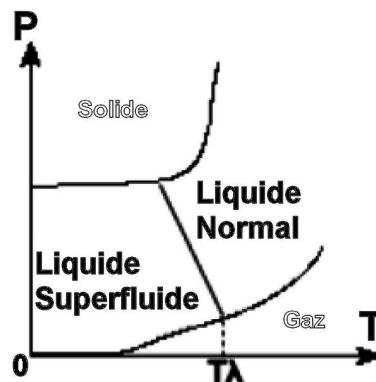


FIG. 3 – Transition λ du diagramme de Clapeyron

Cette transition à partir de laquelle le liquide "classique" devient un "superfluide" est appellé transition λ .³ A la pression de vapeur saturante nous avons $T_\lambda = 2,17\text{K}$.

Remarque : La transition superfluide de ${}^3\text{He}$ se produit à beaucoup plus basse température $\sim 2\text{mK}$ et sous pression.

³L'origine de cette notation vient du fait que la courbe de la chaleur calorifique ressemble à un λ

3 Propriétés de l'hélium superfluide

3.1 Sa viscosité

Comment c'est manifesté la superfluidité de ^4He ? La première observation fut de constater une apparente disparition de la viscosité. L'expérience de la Figure 4 en illustre une manifestation spectaculaire.

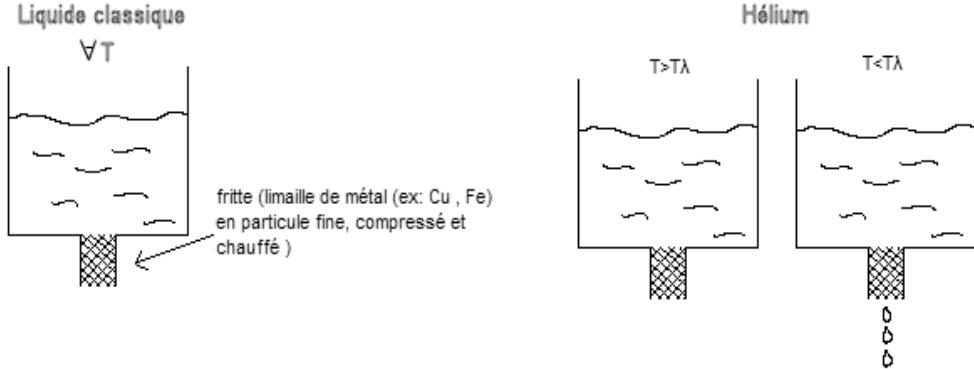


FIG. 4 – Mise en évidence de l'apparente absence de viscosité de l'hélium superfluide

Cette expérience est réalisée avec un fritté. Ce dernier est un composé micro poreux qui est étanche aux liquides normaux et aux gaz. Cependant lorsque $T < T_\lambda$, l'hélium liquide s'écoule à travers ce fritté. Le liquide passe à travers un matériau "étanche". C'est d'ailleurs ce qui rend l'expérimentation sur ^4He superfluide difficile, car il a tendance à passer partout, c'est à dire, à s'échapper par le moindre interstice et porosité s'une soudure ou d'un matériau.

Au vu de ce comportement on a pu parler de viscosité nulle de l'hélium superfluide.

Une autre expérience encore plus spectaculaire qui illustre ce phénomène de viscosité apparente nulle, concerne la mobilité des films minces. Dans tout les récipients, sur la paroi au dessus du niveau du liquide, il existe une fine couche de liquide adsorbé. Ce film est incapable de se déplacer, bloqué par la viscosité. Cependant pour un superfluide, même un film mince est mobile comme l'illustre la Figure 5.

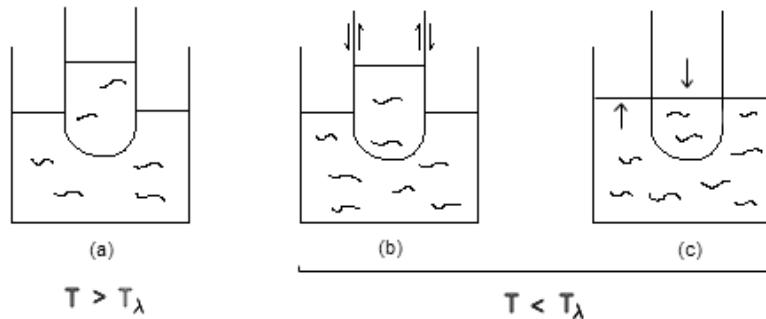


FIG. 5 – Mise en avant de la viscosité (apparente) nulle du superfluide (bis)

Dans le schéma (a) il s'agit de l'hélium normal dans un tube à essai plongé dans un bêcher contenant aussi de l'hélium liquide. Comme pour un liquide classique, rien ne se passe et ce même si les niveaux sont différents. Dans le cas d'un superfluide, il en est tout autrement. Le schéma (b) représente la même expérience, mais lorsque l'hélium est superfluide. On constate cette fois que le superfluide s'écoule le long des parois du tube, jusqu'à ce que les niveaux s'égalisent même si pour cela il doit d'abord remonter! Cela illustre la recherche par un système macroscopique de son minimum d'énergie. On retrouve à l'équilibre le schéma (c) où les niveaux à l'intérieur et à l'extérieur du tube, sont identiques dans la phase superfluide.

Au vue de ces deux expériences spectaculaires, on pourrait penser que la viscosité de l'hélium superfluide est nulle. En fait un autre type d'expérience à permis d'observer comment cette viscosité disparaissait.

Cette expérience utilise un pendule de torsion comme cela est montré sur le Figure 6.

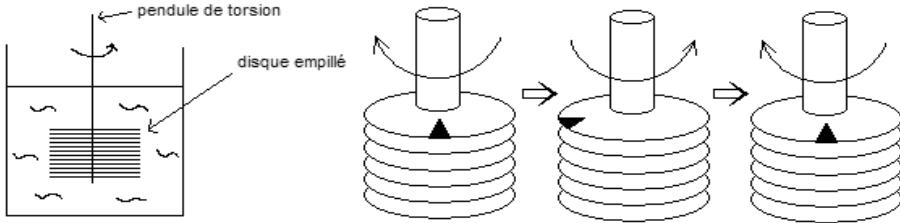


FIG. 6 – Preuve d'une viscosité non nulle à l'aide d'un pendule de torsion
 A Gauche : principe de l'expérience
 A Droite : Mouvement d'un pendule de torsion

Le pendule est constitué par un empilement de disques parallèles dont la distance entre deux disques est inférieure à la distance de pénétration visqueuse. De ce fait quand le pendule oscille, un liquide normal est entraîné par la rotation. La période d'oscillation (τ_N) dépend donc de la masse du pendule et de la masse du liquide normal entraîné. En revanche, si le liquide a une viscosité nulle, il ne sera pas entraîné et la période (τ_S) ne dépendra que de la masse du pendule.

En fait lorsque l'on mesure l'évolution de la période d'oscillation en fonction de la température, on observe que celle-ci diminue progressivement lorsque la température décroît au dessous de la température de transition T_λ (Voir Figure 7).

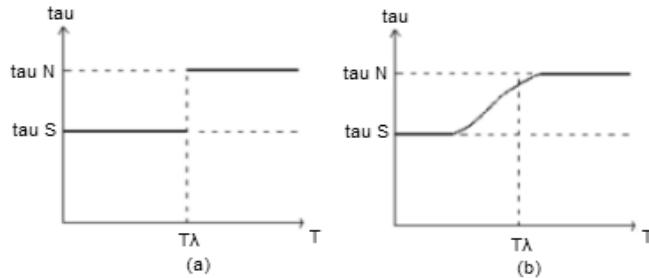


FIG. 7 – Variation de la période du pendule en fonction de la température.
 (a) Cas idéal (superfluide sans viscosité) ; (b) Cas réel

Dans l'état superfluide ($T < T_\lambda$), si la viscosité était nulle on s'attendrait à observer un passage discontinu (Voir Figure 7(a)) de τ_N à τ_S (déterminée par la seule masse du pendule). En fait on observe (Voir Figure 7(b)) une variation continue de la période τ .

Pour rendre compte de cette variation progressive on a été amené à introduire le modèle phénoménologique à deux fluides.

3.2 Modèle du mélange à deux fluides

Lorsque $T < T_\lambda$, on considère l'hélium comme constitué de deux fluides. Le premier, possède un comportement normal (sa densité sera noté ρ_N), tandis que le second se comporte comme un superfluide parfait (ρ_S). On note alors la densité volumique totale de l'hélium ρ tel que :

$$\rho = \rho_N + \rho_S$$

La fraction normale ρ_N possède à une viscosité non nulle : $\eta_N \neq 0$, alors que la fraction superfluide ρ_S est caractérisée par une viscosité nulle : $\eta_S = 0$

L'expérience précédente (Voir Figure 7(b)) se comprend comme une manifestation de la variation progressive de ρ_N et ρ_S en fonction de la température. L'analyse des mesures permet d'obtenir l'évolution de ρ_N et ρ_S (Voir Figure 8).

Remarque : En dessous de 0,3K et sous pression de vapeur saturante nous avons : $\rho \sim \rho_S$

Dans les expériences présentées précédemment, il est clair, dans cette description, que c'est la fraction superfluide qui peut s'écouler à travers le fritté, ou grimper sur une paroi.

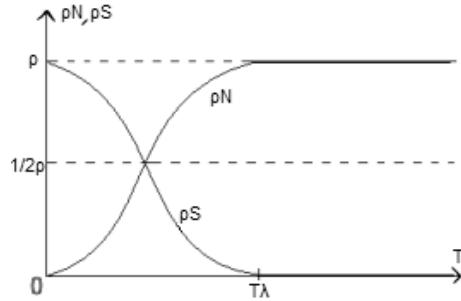


FIG. 8 – Représentation de ρ_N et ρ_S en fonction de la température T

3.3 Effet thermomécanique

Jusqu'ici nous avons caractérisé les fractions normale et superfluide du point de vue de la viscosité. Mais elles diffèrent aussi du point de vue de l'entropie, comme nous allons le mettre en évidence.

Dans l'expérience suivante (Voir Figure 9), on considère un tube en U dont la liaison entre les deux parties est constituée par un fritté, étanche au liquide normal comme nous l'avons vu.

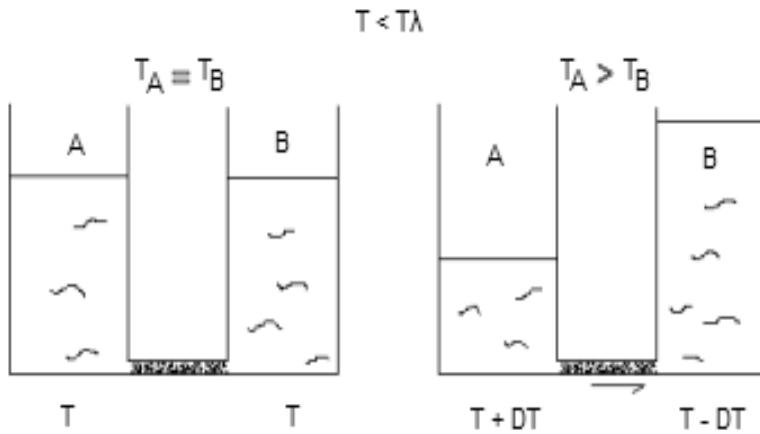


FIG. 9 – Mise en évidence de l'effet thermomécanique

Lorsque l'on pousse sur le liquide dans la partie A, à l'aide d'un piston, le niveau en B monte puisque le superfluide s'écoule à travers le fritté. Mais ce transfert de masse s'accompagne d'une variation de température mesurée : $T_B < T_A$.

Les deux vases sont séparés par une matériau poreux (fritté), par conséquent seule la partie superfluide peut passer d'un côté à l'autre. Le déplacement de la fraction superfluide s'accompagne d'une variation de température, on en déduit que l'entropie massique dans chacun des tubes a varié.

On complète la description du modèle à deux fluides en attribuant à la phase superfluide une entropie nulle et à la phase normale l'entropie S_N . En conséquence l'entropie de A et B reste constante, mais l'entropie massique en B diminue avec l'apport de la fraction superfluide. Cela conduit à une diminution de température du tube B. De la même manière, le phénomène inverse ce produit en A.

4 Les sons dans l'hélium liquide

Dans l'hélium normal comme dans tous les corps, il peut se propager une onde mécanique que l'on appelle le premier son. Toutefois dans l'hélium superfluide on peut observer jusqu'à six sons différents.

4.1 Le premier son

Le premier son est une onde de compression correspondant à la propagation de masse volumique $\delta\rho$ et d'une variation de pression δP .

(On rappelle que la vitesse de propagation de cette onde est donnée par la relation :

$$c_1 = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} = \frac{1}{\sqrt{\chi\rho}}$$

avec χ la compressibilité du matériau.

Dans le cas de l'hélium superfluide, on considère que lors de la propagation du premier son les fractions normales et superfluide se déplacent en phase, engendrant ainsi une variation de densité et de pression (Voir Figure 10(a)).

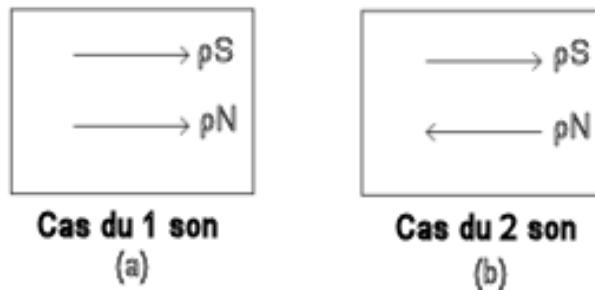


FIG. 10 – Déplacement des fractions normal et superfluide dans le premier et deuxième son

4.2 Le deuxième son

Le premier son correspond à un déplacement en phase des fractions normale et superfluide, mais ces fractions peuvent aussi se déplacer en opposition de phase (Voir Figure 10(b)).

Si, dans un tel déplacement, la relation suivante est vérifiée :

$$\rho_N \vec{v}_N + \rho_S \vec{v}_S = \vec{0}$$

Alors cette propagation est caractérisée par $\delta\rho = 0$ et $\delta P = 0$. Toutefois un autre type de son apparaît.

Contrairement au premier son, cette fois ci il s'agit d'une onde de δS et δT . L'entropie ne reste pas constante puisque au cours du déplacement de l'onde, l'Hélium superfluide remplace en un point donnée de l'Hélium normal. Donc en ce point l'entropie massique diminue⁴ et la température baisse (Voir page 7).

On a création d'une onde de température et d'entropie, c'est le deuxième son.

La vitesse du 2^{ième} son est donnée par la formule :

$$c_2 = \sqrt{\frac{\rho_S}{\rho_N} S^2 \frac{\partial T}{\partial S}}$$

⁴Le phénomène inverse à aussi lieu où la fraction d'Hélium normal provient

4.3 Le troisième son

4.3.1 Rappel sur l'interaction de Van der Waals

Cas d'un dipôle :

Un dipôle, est caractérisé par son moment dipolaire $\vec{p} = q \cdot \vec{A} \vec{B}$ qui peut être intrinsèque ou acquis ; dans ce dernier, il est proportionnel au champ \vec{E} via la polarisabilité α : $\vec{p} = \alpha \vec{E}$. On sait que le potentiel créé par un dipôle est en $1/r^2$, et donc le champ électrique est en $1/r^3$.

Pour deux dipôles en interaction, nous avons \mathcal{U} , l'énergie potentielle, qui est donnée par :

$$\mathcal{U} = -\vec{p} \vec{E} = -\alpha \vec{E}^2 \propto -\frac{1}{r^6}$$

Remarquons que le potentiel électrostatique d'interaction entre la paroi et les atomes d'Hélium est donc telle que : $\mathcal{U} < 0$. La force est donc attractive.

Lorsque les atomes deviennent trop proche, il apparaît une force répulsive due aux nuages électroniques proportionnelle à $1/r^{12}$. Cela conduit à l'expression du potentiel de Lennard-Jones :

$$\mathcal{U}(r) = -\frac{a}{r^6} + \frac{b}{r^{12}}$$

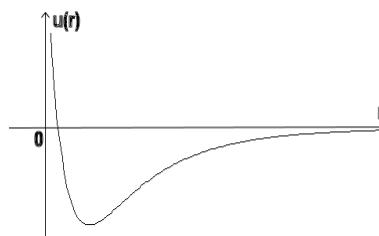


FIG. 11 – Potentiel de Lennard-Jones

Remarque : Nous négligerons le terme en b/r^{12} car même si nous sommes très près, ce n'est pas encore assez pour qu'il intervienne.

Force exercée par un support :

Pour caractériser l'énergie potentielle d'un atome d'hélium au voisinage du substrat qui l'adsorbe, il faut considérer l'ensemble des interactions du support avec cet atome d'hélium. Pour cela on utilise le potentiel de Lennard-Jones que l'on intègre successivement sur une couronne, puis sur le plan associé, et enfin sur l'ensemble de l'épaisseur du substrat (Voir Figure 12).

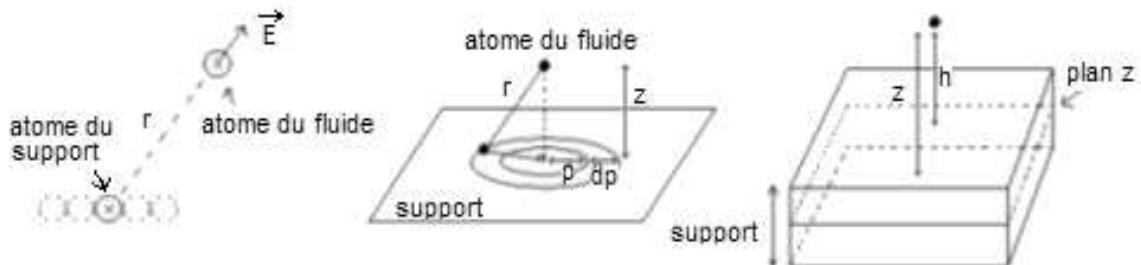


FIG. 12 – Interaction de la paroi sur les atomes du film

Un atome d'hélium situé à une distance h du substrat est donc dans un puits de potentiel :

$$\mathcal{U}_{VdW} = -\frac{Cte}{h^3}$$

Ce résultat décrit le puits de potentiel résultant de l'interaction de Van Der Waals.

Exemple : Lors des expériences on travaillera avec des substrats en verre. Pour ce matériau :

$$\mathcal{U}_{VdW}(h) = -\frac{k\theta}{h^3}$$

k la constante de Boltzmann,
 h l'épaisseur du film mince en a.l,
 $\theta = 27K.(al)^3$

Pour $h = 1 \text{ a.l}$, on trouve $\mathcal{U} = -27K$. Nous avons un puits de potentiel très profond⁵ ce qui nous permet de supposer que la première couche est très dense et solide.

On comprend bien que les atomes de la première couche, au voisinage du support, sont dans un puits de potentiel, et que leur densité sera plus forte que dans la masse.

Pour un domaine de valeur de h , il est utile de remarquer que $\mathcal{U}(h)$ est nettement supérieure à l'énergie potentielle de gravitation :

Pour $h = 1000 \text{ a.l}$ nous avons $\mathcal{U}(h) = -2,7 \cdot 10^{-8}K$ tandis que $\mathcal{U}_{\text{Pesanteur}}(h) \simeq 1,7 \cdot 10^{-9}K$

$$10 * |\mathcal{U}_{\text{Pesanteur}}| < |\mathcal{U}_{VdW}|$$

Cette inéquation traduit le fait que pour films minces fins (de 1 à 100 a.l)⁶ le potentiel de gravitation est négligeable devant le potentiel d'interaction de Van Der Waals.

Relation entre épaisseur d'un film et pression de vapeur :

Comme tout les liquides, les films minces d'Hélium superfluide sont en équilibre avec leur vapeur.

Considérons un film mince (voir Figure 13).

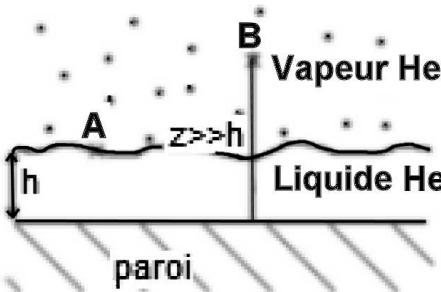


FIG. 13 – Equilibre d'un film mince d'Hélium superfluide avec sa vapeur

Si on prend un point (A par exemple) à l'interface liquide-gaz, la pression est $P_0(T)$, pression d'équilibre liquide-gaz à une température T fixée.

Calculons le potentiel chimique au point A. Nous avons, puisque le potentiel chimique est la somme du potentiel chimique thermodynamique, et de tout les autres potentiels (ici le potentiel d'interaction de Van der Waals) :

$$\mu_A = \mu(P_0, T) - \frac{k\theta}{h^3}$$

Prenons maintenant un point B à une hauteur z telle que $z \gg h$. L'expression du potentiel en B est :

$$\mu_B = \mu(P, T) - \frac{k\theta}{z^3}$$

Or puisque A et B sont dans la même phase, leur potentiel chimique doit être le même :

$$\mu_A = \mu_B \Rightarrow \mu(P_0, T) - \frac{k\theta}{h^3} = \mu(P, T) - \frac{k\theta}{z^3}$$

Sur la Figure 13, le point B se situe à une hauteur z qui est bien plus grande que h (z de l'ordre de 1mm ($\simeq 3.10^6 \text{ a.l}$) et h de 1 à 100a.l), par conséquent l'expression précédente peut s'écrire :

$$\mu(P_0, T) - \frac{k\theta}{h^3} \simeq \mu(P, T)$$

⁵L'énergie d'interaction de deux atomes d'hélium en phase liquide est de 7K

⁶Le calcul pour 100a.l nous donne : $\mathcal{U}(h) = -2,7 \cdot 10^{-6}K$ et $\mathcal{U}_{\text{Pesanteur}}(h) \simeq 1,7 \cdot 10^{-10}K$

D'autre part, les termes $\mu(P, T)$ et $\mu(P_0, T)$ représentent les potentiels chimiques d'un gaz parfait auquel on assimile la phase vapeur de l'hélium. On sait d'après les résultats de la thermodynamique que $\mu(P, T) = f(T) + RT \ln(P) + Cte$. On arrive donc à la l'expression suivante :

$$RT \ln \frac{P_0}{P} = \frac{k\theta}{h^3} \quad (1)$$

Cette expression est très utile car elle permet de connaître l'épaisseur h d'un film mince en fonction de la pression P mesurée en B, et de la pression d'équilibre (L-V) P_0 .

Remarque : L'équation (1) n'est cependant pas toujours utilisable en pratique. Prenons par exemple une épaisseur de film de $h = 20a.l$ et une température $T = 0,7K$. On trouve alors : $P = 0,9952P_0$. Pour utiliser cette méthode il faut être capable de mesurer la pression à $5.10^{-3}Pa$ près, ce qui n'est pas toujours facile.

4.3.2 Le troisième son

Revenons à la propagation des sons dans un film mince superfluide adsorbé sur un substrat.

Si on prend un film mince superfluide, que va-t-il se passer par rapport au deuxième son ?

Ici la relation $\rho_N \vec{v}_N + \rho_S \vec{v}_S = \vec{0}$ ne peut plus être satisfaite puisque les forces de Van der Waals empêchent la fraction normale du fluide de bouger. En effet pour des films minces, l'épaisseur est bien inférieure à la profondeur de pénétration visqueuse, seule la composante superfluide peut se déplacer, la composante normale est "bloquée" contre le substrat. Le déplacement de la partie superfluide est un déplacement de matière, qui pour un fluide incompressible va conduire à une variation d'épaisseur (Voir Figure 15). La force de Van Der Waals joue le rôle d'une force de rappel (Voir Figure 14). En prenant le gradient de ce potentiel, on a :

$$F_x = -\frac{\partial \mathcal{U}(h)}{\partial x} = -\frac{3\theta}{h^4} \frac{\partial h}{\partial x}$$

La force de Van der Waals joue donc le rôle de la force de rappel dans la propagation de l'onde d'épaisseur.

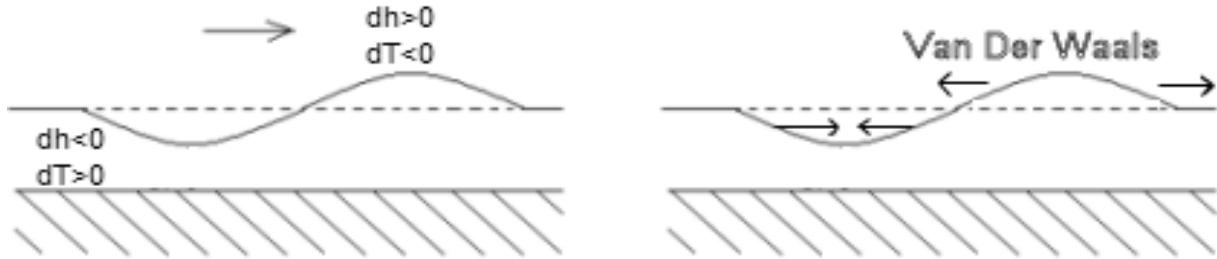


FIG. 14 – Illustration du principe du troisième son

D'autre part, puisque la matière qui se déplace possèdent une entropie nulle, l'entropie massique va varier, d'où une variation de température qui accompagne la variation d'épaisseur.

Le Troisième son est une onde de température et d'épaisseur (Voir Figure 14) qui se propage avec une vitesse c_3 dont nous allons trouver l'expression.

4.3.3 Equation de propagation

Nous avons l'équation de l'accélération superfluide :

$$m \frac{\partial \vec{v}_S}{\partial t} = -\vec{\nabla} \mu \text{ avec } \mu = \mu(P, T) - \frac{k\theta}{h^3}$$

D'où

$$m \frac{\partial \vec{v}_S}{\partial t} = S \vec{\nabla} T - V \vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \frac{k\theta}{h^3}$$

A une dimension, nous avons :

$$m \frac{\partial \vec{v}_S}{\partial t} = S \frac{\partial T}{\partial x} - V \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{3k\theta}{h^4} \frac{\partial h}{\partial x}$$

Les termes $S \frac{\partial T}{\partial x}$ et $V \frac{\partial P}{\partial x}$ sont négligeable devant $1/h^4$ pour des films minces. On obtient au final :

$$\frac{\partial v_S}{\partial t} = -\frac{3k\theta}{m} \frac{1}{h^4} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2)$$

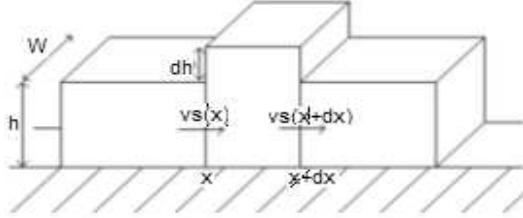


FIG. 15 – Schéma du transfert de masse

Si l'on écrit la conservation de la masse(Voir Figure 15) :

$$\underbrace{Wh\rho_S \frac{\partial v_S}{\partial x} dx}_{\text{bilan du flux de masse}} = \underbrace{\rho W \frac{\partial h}{\partial t} dx}_{\text{variation de masse}} \quad (3)$$

En utilisant (2) et (3), on obtient :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\rho_S}{\rho} \frac{3R\theta}{M} \frac{1}{h^3} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$$

On obtient donc la vitesse de propagation de troisième son :

$$c_3 = \sqrt{\frac{\rho_S}{\rho} \frac{3R\theta}{M} \frac{1}{h^3}} \quad (4)$$

A.N : Pour $h = 5 \text{ a.l}$ on a $1 \text{ m.s}^{-1} < c_3 < 60 \text{ m.s}^{-1}$

Nous avons dit que typiquement le troisième son est une onde d'épaisseur et de température. On peut donner l'ordre de grandeur des amplitudes qui lui sont associées : variation $\delta h \simeq 0,1 \text{ \AA}$ et une variation $\delta T \simeq 10 \mu\text{K}$. Le lien entre δT et δh dépend des échanges aux interfaces. Que ce soit celle liquide-gaz, par échange de chaleur et de matière, ou bien celle liquide-solide par échange de chaleur.

5 Conclusion

La physique des basses températures a ouvert un large domaine d'expérimentation qui a permis d'observer via la supraconductivité et la superfluidité l'existence d'un état quantique macroscopique. Dans ce cadre les films minces d'hélium superfluide ont constitué un système expérimental bidimensionnel modèle permettant d'étudier les effets de dimensionnalité sur différents phénomènes physique.

Dans de tels films on peut observer la propagation d'une onde particulière, le troisième son, dont la vitesse est sensible à la densité superfluide du film ainsi qu'à son épaisseur. Sa mesure constitue donc un moyen d'investigation très fin de l'influence de la dimensionnalité sur les propriétés superfluides du système.

Par ailleurs on peut aussi mesurer les amplitudes respectives de δT et δh des oscillations de températures et d'épaisseurs associés à la propagation de l'onde de 3^{ème} son. Les valeurs δT et δh dépendent essentiellement des échanges de matière et d'énergie aux interfaces liquide-vapeur et liquide-solide. Ces effets d'échanges aux interfaces deviennent prépondérant dans un système de faible épaisseur et le 3^{ème} son constitue alors une sonde très fine permettant de tester les processus mis en jeu dans ces échanges.