

Champ magnétique et Potentiel vecteur créés par un Solénoïde

Minazzoli Olivier.

Rapport de stage au LPMC (Laboratoire de Physique de la Matière Condensée) à l'université de Nice Sophia-Antipolis.

Directeur de stage : Professeur Richard Kofman.

Initiateur du stage : Docteur Germain Rousseaux.

Introduction

Le but de ce papier est la discussion sur la réalité du potentiel vecteur par rapport à celle du champ magnétique. En effet, le champ magnétique nous est présenté dans les manuels scolaires comme un champ réel alors que le potentiel vecteur nous est présenté comme un outil mathématique permettant le calcul du champ magnétique et, du fait, il nous semble alors que le potentiel vecteur n'a aucune réalité intrinsèque. Ce point de vue, qui a été développé principalement par Heaviside et Hertz à la fin du XIX^e siècle, est celui couramment admis par les physiciens actuels. Cependant, certains physiciens tels que Thomson ou Maxwell avaient une vision différente du potentiel vecteur en lui accordant une réalité physique. Pour eux, le potentiel vecteur est une quantité de mouvement par unité de charge tel que pour que la quantité de mouvement p soit conservée, il faut que $\mathbf{p} = m \mathbf{v} + q \mathbf{A}$ où \mathbf{A} , le potentiel vecteur, est défini dans les conditions appropriées. Au-delà de cette signification physique donnée au potentiel vecteur, nous devons nous attacher à définir le concept de réalité. Ainsi, selon Feynman [1], la notion de réalité découle directement d'une autre notion : celle d'action à distance. Pour lui, un champ réel est un objet mathématique que l'on utilise pour éviter la notion d'action à distance. Ainsi, un champ dit 'réel' ne peut avoir d'influence sur un objet hors de la région où il existe. En effet, comment l'objet peut-il 'savoir' qu'il y a un champ s'il ne se trouve pas dans ce champ? L'effet Aharonov - Bohm permet de montrer que le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde influe sur un électron à l'extérieur de ce solénoïde, là où le champ magnétique est nul. Ceci est en contradiction avec la notion de réalité proposée par Feynman. Ainsi, le champ réel serait le potentiel vecteur, puisqu'il est non nul à l'extérieur du solénoïde et qu'il porte l'information du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$). On éviterait ainsi d'avoir recours à cette notion 'délicate', voir 'peu physique', d'action à distance.

Aussi, l'effet Maxwell - Lodge, qui permet de voir un courant induit dans une spire à l'extérieur d'un solénoïde dans lequel circule un courant alternatif, ne peut s'expliquer avec le champ magnétique qui est nul là où se trouve la spire.

Cependant, la 'nullité' du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde est approximative puisque l'on ne considère pas les effets de bords (nous appellerons 'effets de bords' tous les effets contribuant à créer un champ magnétique à l'extérieur du solénoïde).

Ainsi, nous proposons de simuler un solénoïde permettant de quantifier ces effets de bords. Afin d'être sûr de la validité de la simulation, nous la testerons avec une série de calculs théoriques et de résultats expérimentaux. Le choix de la simulation est principalement

dû au fait que les appareils de mesures dont nous disposons ne permettaient pas d'avoir la précision permettant la discussion que nous souhaitons avoir.

Enfin, nous discuterons des implications des résultats obtenus au travers de l'effet Maxwell – Lodge qui, selon nous, ne peut s'expliquer qu'en terme de potentiel vecteur.

I. Simulation du Solénoïde.

Cette simulation numérique est basée sur l'idée qu'un solénoïde est un empilement de spires. Ainsi, on peut calculer les champs créés par chaque spire pour ensuite les sommer et obtenir le champ total du solénoïde. L'avantage de cette méthode est qu'elle tient intrinsèquement compte du champ magnétique extérieur dû à la taille (non infini) du solénoïde. Aussi elle permet de rendre compte du champ de fuite dû à l'inclinaison des spires (inclinaison qui enlève la symétrie axiale du problème du solénoïde). Elle permet aussi de simuler le champ de fuite dû à l'écartement qu'il peut y avoir entre les différentes spires.

En fait, la simulation considère des spires infiniment fines (car le problème d'un tore est beaucoup plus complexe) ce qui permet de majorer le champ de fuite dû à l'écartement des spires. Or, nous tentons de montrer que ce champ de fuite est négligeable. Ainsi, cette approximation n'aura aucune influence sur les conclusions que nous pensons obtenir.

1. Champs créés par une spire de rayon a en courant continu.

Nous sommes dans la limite magnétique, ce qui nous permet de travailler dans la jauge de Coulomb [2]. On utilise le repère sphérique (r, θ, ϕ) .

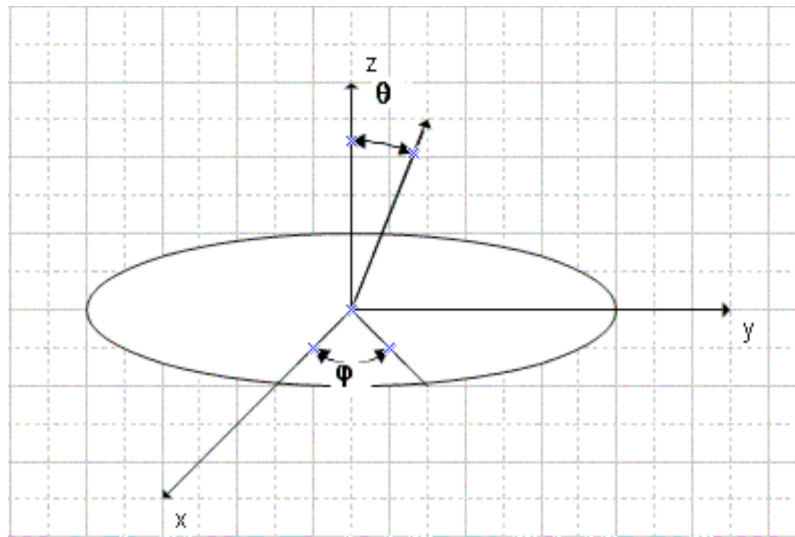


Figure I.1 coordonnées du système

Soit $J_\phi = I \sin\theta \delta(\cos\theta) \frac{\delta(r'-a)}{a}$, la densité volumique de courant à travers la spire [3].

Alors on a :

$$A_\phi = \frac{I}{sa} \int \frac{r'^2 dr' d\Omega' \sin\theta' \cos\Phi' \delta(\cos\theta') \delta(r'-a)}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'(\cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos\phi')}} \quad (1.1), \text{ avec } \frac{1}{s} = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

et :

$$\cos\theta' \delta(\cos\theta') = 0 \Rightarrow \sin\theta' \delta(\cos\theta') = \sqrt{1 - \cos^2\theta'} \delta(\cos\theta') = \delta(\cos\theta') \quad (\text{on rappelle } f(x)\delta(x) = f(0)\delta(x))$$

tel que :

$$A_\theta(r,\theta) = \frac{Ia}{s} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi' d\phi'}{\sqrt{a^2+r^2-2ar\sin\theta\cos\phi'}} \quad (1.2)$$

Anticipons un peu et raisonnons avec des spires pouvant être inclinées :

Les spires s'enroulant autour d'une bobine, sont inclinées de telle manière que, quelque soit ϕ , elles semblent toujours inclinées avec le même angle.

Soit γ cet angle et soit A_ϕ^i le potentiel vecteur créé par une spire non inclinée alors, par projection on obtient:

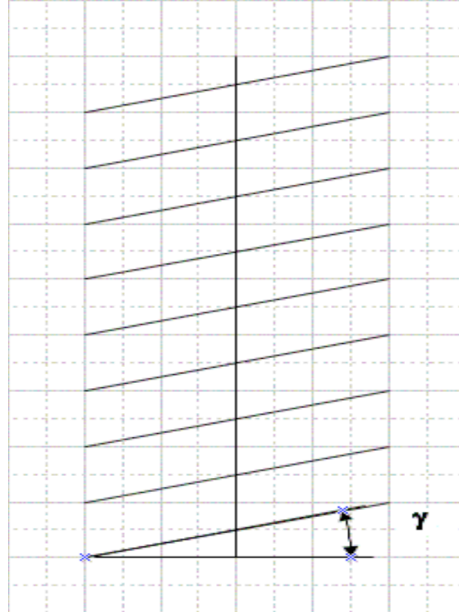


figure I.2 : inclinaison des spires

$$A_r = A_\phi^i \sin\gamma \cos\theta, A_\theta = A_\phi^i \sin\gamma \sin\theta, A_\phi = A_\phi^i \cos\gamma$$

Aussi, $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, on en déduit les composantes de B :

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{\cos\gamma}{r\sin\theta} (\cos\theta A_\phi^i + \sin\theta \frac{\partial A_\phi^i}{\partial \theta}) \\ B_\theta &= -\frac{\cos\gamma}{r} (A_\phi^i + r \frac{\partial A_\phi^i}{\partial r}) \\ B_\phi &= \frac{\sin\gamma}{r} [(A_\phi^i + r \frac{\partial A_\phi^i}{\partial r}) \sin\theta + \sin\theta A_\phi^i - \frac{\partial A_\phi^i}{\partial \theta} \cos\theta] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Ainsi, les fonctions à calculer pour définir le champ magnétique en tout point sont :

$$A_\phi^i, \frac{\partial A_\phi^i}{\partial \theta}, \frac{\partial A_\phi^i}{\partial r}.$$

Aussi, en commutant la dérivée partielle et la somme, on obtient :

$$\frac{\partial A_\phi^i}{\partial \theta} = \frac{Ia}{s} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2\phi' \arccos\theta d\phi'}{(a^2+r^2-2ar\sin\theta\cos\phi')^{\frac{3}{2}}}$$

et

$$\frac{\partial A_\phi^i}{\partial r} = \frac{Ia}{s} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\phi' (r - a\sin\theta\cos\phi') d\phi'}{(a^2+r^2-2ar\sin\theta\cos\phi')^{\frac{3}{2}}} \quad (1.4)$$

avec

$$A_{\phi}^i(r, \theta) = \frac{Ia}{s} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi' d\phi'}{\sqrt{a^2 + r^2 - 2ar \sin \theta \cos \phi'}}$$

Le code du programme écrit en C se trouve en annexe.

2. Champs créés en un point par N spires en courant continu.

Comme nous l'avons vu précédemment, pour simuler le solénoïde, il suffit de sommer les champs créés par chaque spire. Le champ d'une spire nous est donné en sphérique alors que nous nous plaçons en cylindrique pour effectuer le calcul de tout le solénoïde.

Soit L la hauteur du solénoïde, soit θ_i l'angle que fait la spire N_i avec l'axe des z pour le calcul d'un point qui se trouve à une distance l du solénoïde et à une hauteur d par rapport au milieu du solénoïde. L'écart entre chaque spire est : ε .

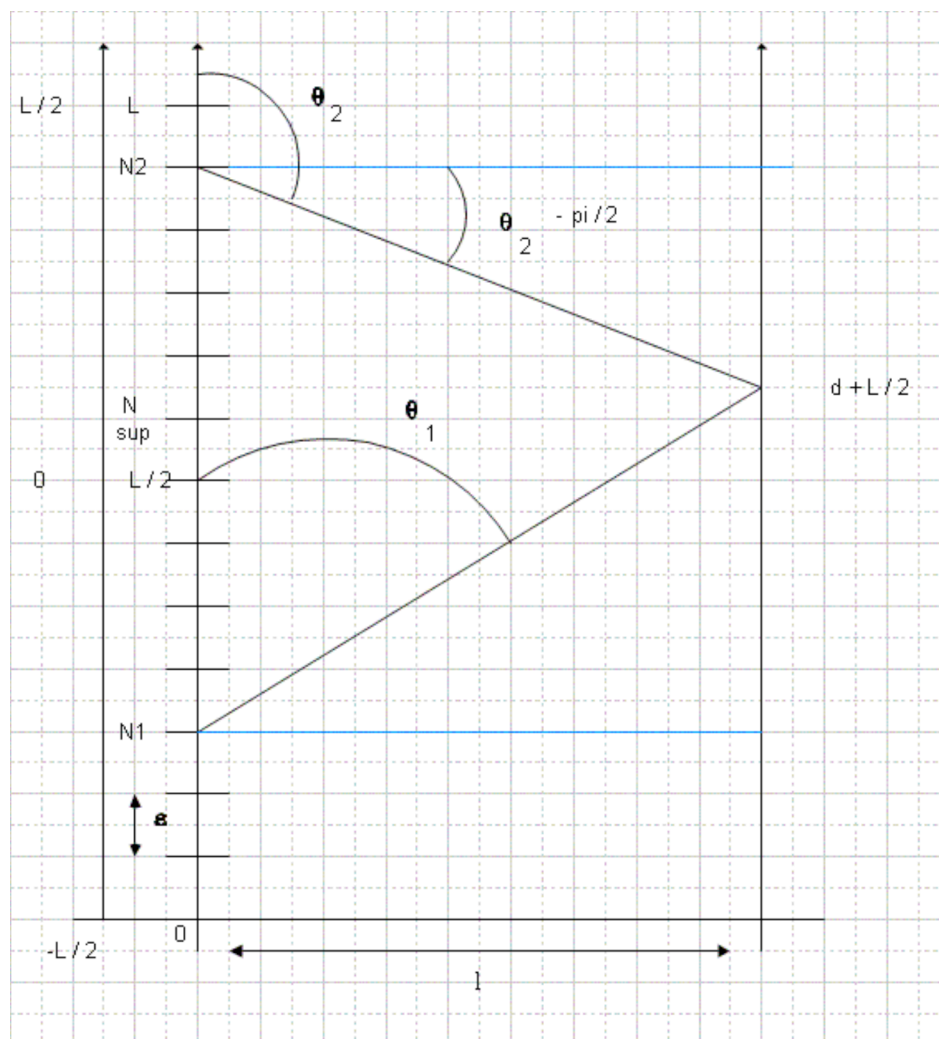


figure I.3 : calcul du champ créé par différentes spires en un point

Nous pouvons distinguer deux cas pour le calcul du champ créé par une spire. Le premier lorsque θ_i est inférieur à $\pi/2$, le second lorsqu'il est supérieur à $\pi/2$. Le second cas est obtenu lorsque l'on calcule le champ pour des spires supérieur à une certaine limite que nous numérotions N_{sup} . On a :

$N_{\text{sup}} = \text{PartieEntier}\left(\frac{d+L/2}{\varepsilon}\right)$ avec $\text{PartieEntier}()$ la fonction qui renvoie la partie entière de l'argument.

Dans le premier cas, représenté sur la figure A.3 par la spire, on a :

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{l}{d+L/2-N_1\varepsilon}\right) \text{ et } r = \frac{l}{\sin\theta_1} \quad (1.5)$$

Dans le second cas, représenté sur la figure A.3 par la spire, on a :

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{N_2\varepsilon - (d+L/2)}{l}\right) + \frac{\pi}{2} \text{ et } r = \frac{l}{\sin\theta_2} \quad (1.6)$$

Ainsi, nous pouvons calculer le champ créé par les N spires (donc par le solénoïde) en tout point en sommant les contributions de chaque spire sur le solénoïde.

3. Champs créés en un point par N spires en courant alternatif.

Pour modéliser un courant alternatif, il faut ajouter dans l'intégrale (1.1) le terme $\exp[i(kr-wt)]$. La fonction devient alors beaucoup plus difficile à intégrer. Cependant, si l'on travail pour des fréquences bien inférieures au Giga hertz, alors on peut négliger le terme radiatif $\exp(ikr)$ (ARQS [2])[4].

Ainsi, tous nos résultats restent valables et il suffit de les multiplier par $\cos(wt)$ pour avoir la valeur des champs variables dans le temps.

4. Intégrations numériques.

Comme nous pouvons le voir dans les équations (1.4), le calcul du champ nécessite l'utilisation de méthodes d'intégrations numériques. Nous n'avons pas utilisé de méthodes sophistiquées pour réaliser ces intégrations et une simple intégration par la méthode de Newton a été utilisé dans la première version de la simulation. Aussi, les résultats sont déjà (cf. annexe) en très bon accord avec les expériences avec un pas spatial de 0.001. Seuls, certains points nécessiteraient des méthodes informatiques plus complexe. En effet, l'axe z du solénoïde et les points se trouvant sur le bord du solénoïde sont des zones de divergence pour ces intégrales numériques.

Par contre, il semble nécessaire de faire une mise à jour de la simulation en utilisant des systèmes d'intégrations plus rapides que la méthode de Newton qui semble être la moins précise et surtout la plus lente.

II. Confrontations de la simulation avec les résultats théoriques et expérimentaux.

Nous avons utilisé pour les expériences une bobine mesurant 75 cm, avec un rayon de 4.1 cm. Elle possède un enroulement de 341 spires dont le fil fait 2.2 mm de diamètre. On calcule alors sa résistance à $375 \text{ m}\Omega$ ($R = \frac{4\phi_{\text{solenoid}}}{\gamma\phi_{\text{spire}}}\cdot N$, avec N le nombre de spires que compte le solénoïde et $1/\gamma$ la résistivité du cuivre qui vaut $1.588 \text{ e-}8 \text{ }\Omega.m$) et son inductance à 1.08 m

$H(L = \mu_0 n^2 \pi \left(\frac{\Phi_{\text{solénoïde}}}{2}\right)^2 \cdot l_{\text{solénoïde}}$, avec n le nombre de spires par unité de longueur). Aussi,

l'angle γ que fait une spire avec le plan médian est calculé à 0.027 radian.

Le problème du champ magnétique sur l'axe d'un solénoïde est un problème récurrent dans la littérature pour étudiant en DEUG où en classe préparatoire. C'est pourquoi nous énoncerons les résultats sans les démontrer.

1. Calculs théoriques et simulation.

- Valeurs du champ magnétique sur l'axe.

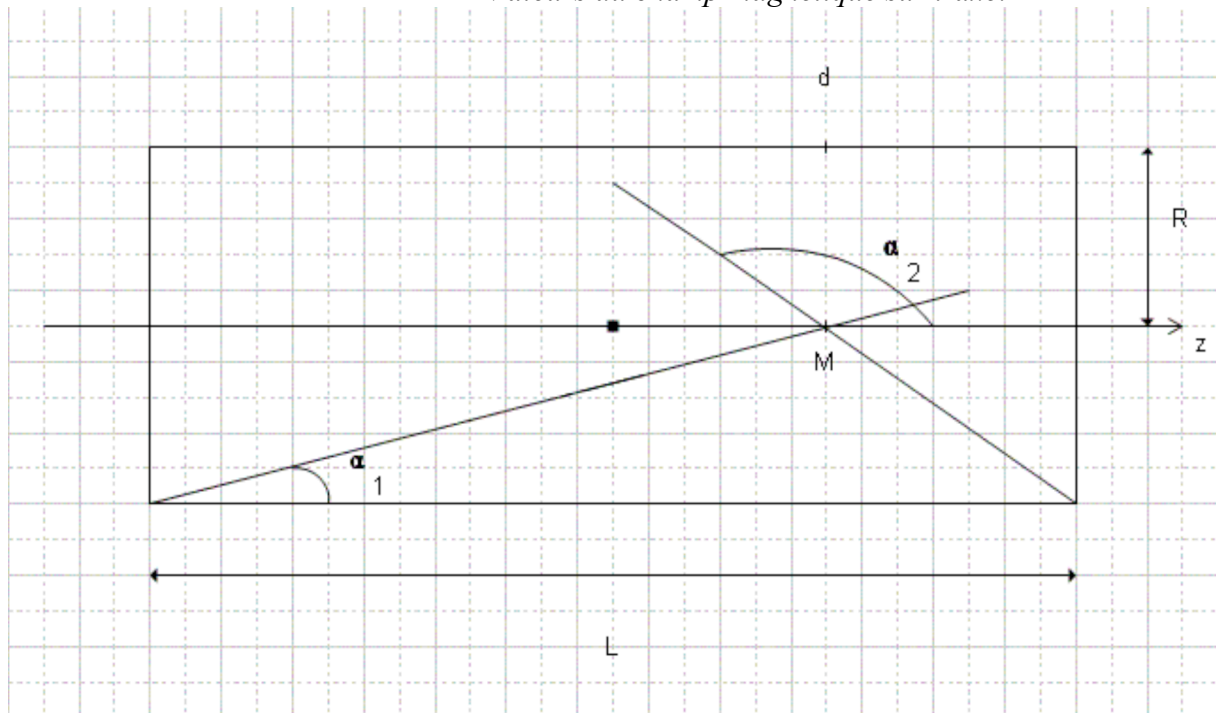


figure II.1 : calcul du champ sur l'axe

$$\tan \alpha_1 = R/d$$

$$\tan(\alpha_2 - \pi/2) = \frac{L-d}{R}$$

$$B(M) = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (2.1), \text{ avec } n \text{ le nombre de spire par unité de longueur et } I$$

l'intensité traversant le solénoïde.

L'appareillage expérimental ne nous permettant pas de mesurer le champ au milieu du solénoïde mais seulement à $d=65$ cm, nous avons choisi de faire le calcul théorique à $d=65$ cm pour une meilleure comparaison des valeurs expérimentales, théoriques et simulées.

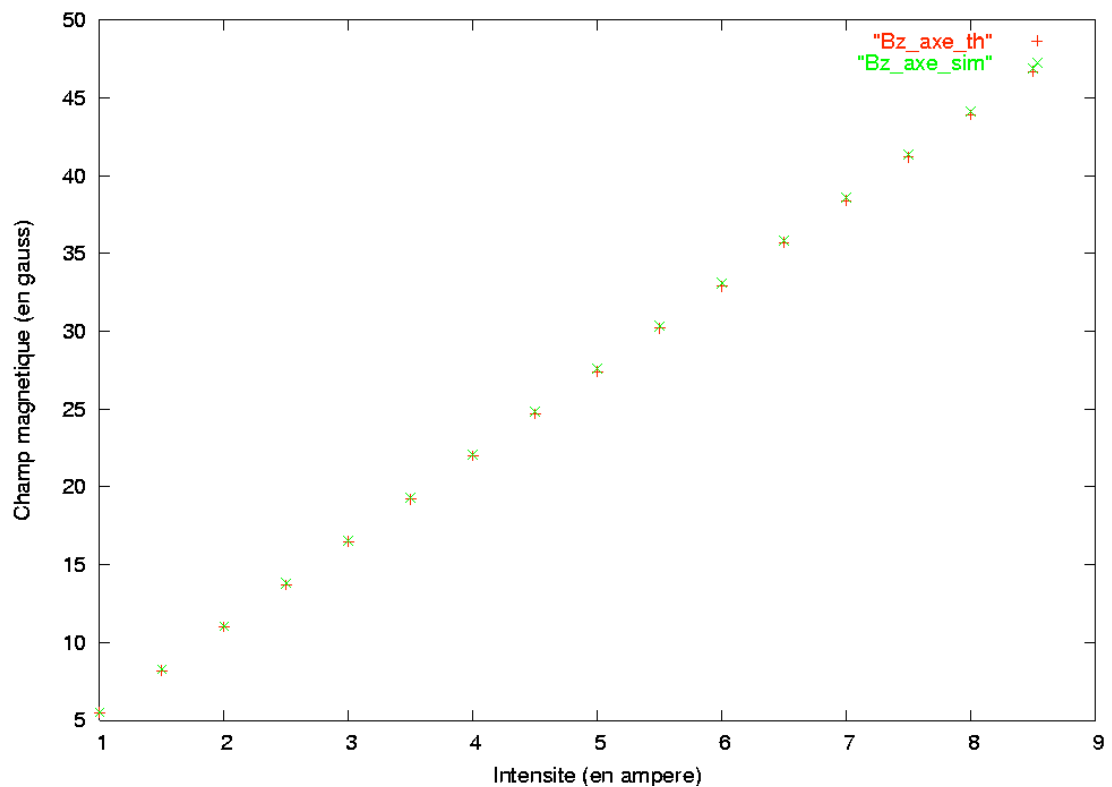
I (ampère)	1	1,5	2	2,5	3	3,5
B (gauss)	5,5	8,2	11	13,7	16,5	19,2
I (ampère)	4	4,5	5	5,5	6	6,5
B (gauss)	22	24,7	27,4	30,2	32,9	35,7
I (ampère)	7	7,5	8	8,5		
B (gauss)	38,4	41,2	43,9	46,7		

II.2 : Résultats théoriques

Les résultats suivants sont obtenus avec un pas de calcul de 0.001 et, pour des raisons d'intégration numérique (cf. § I.4), on effectue les calculs à 1 cm du centre.

I (ampère)	1	1,5	2	2,5	3	3,5
B (gauss)	5,52	8,27	11,03	13,79	16,55	19,31
I (ampère)	4	4,5	5	5,5	6	6,5
B (gauss)	22,07	24,82	27,58	30,34	33,1	35,86
I (ampère)	7	7,5	8	8,5		
B (gauss)	38,61	41,37	44,13	46,89		

II.3 : Résultats simulés avec un pas de 0.001



Aussi, l'allure du graphe représentant le champ magnétique sur l'axe est bien connue et nous pouvons vérifier que la simulation redonne bien celle-ci :

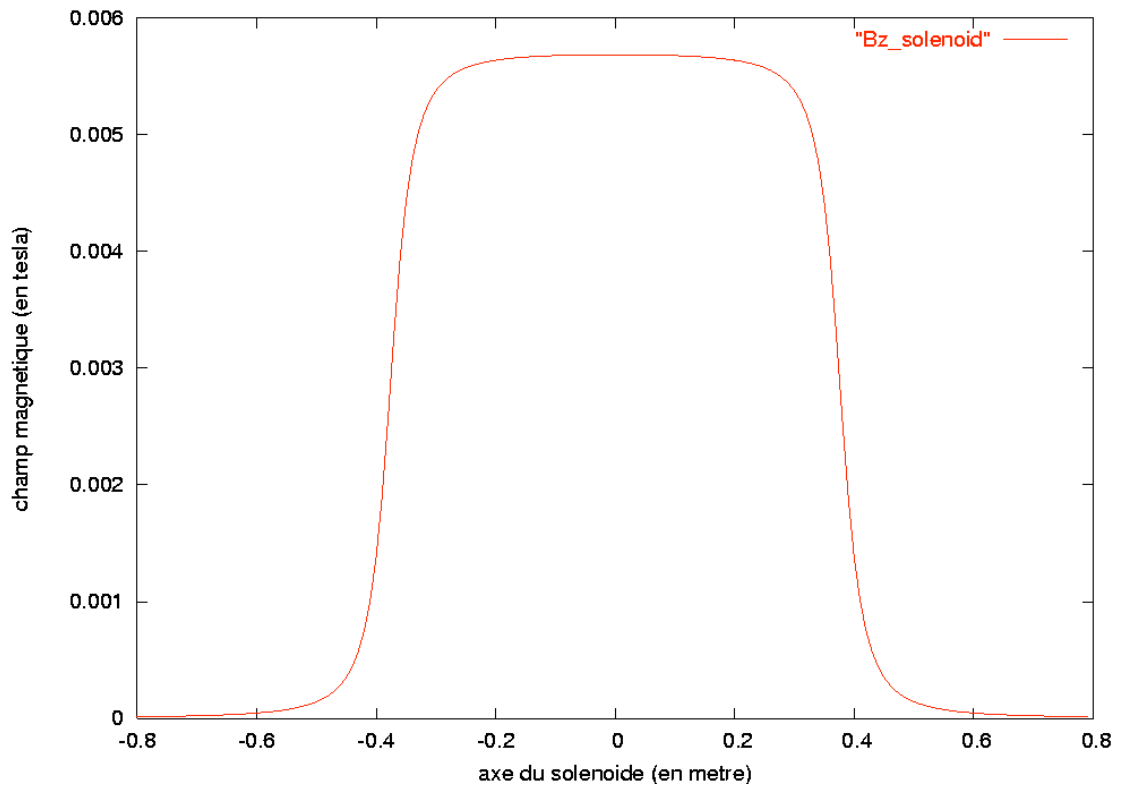


figure II.4 : Composante z du champ magnétique sur l'axe du solénoïde pour un courant de 10 A.

On a un accord parfait entre la théorie et la simulation.

- *Champ magnétique sur le plan médian.*

Le champ magnétique vaut $\mu_0 n I$ à l'intérieur du solénoïde et est proche de zéro à l'extérieur. Ceci nous donne un nouveau test pour la simulation.

On a $n=454.6, I=10$ A, alors $\mu_0 n I=57$ gauss.

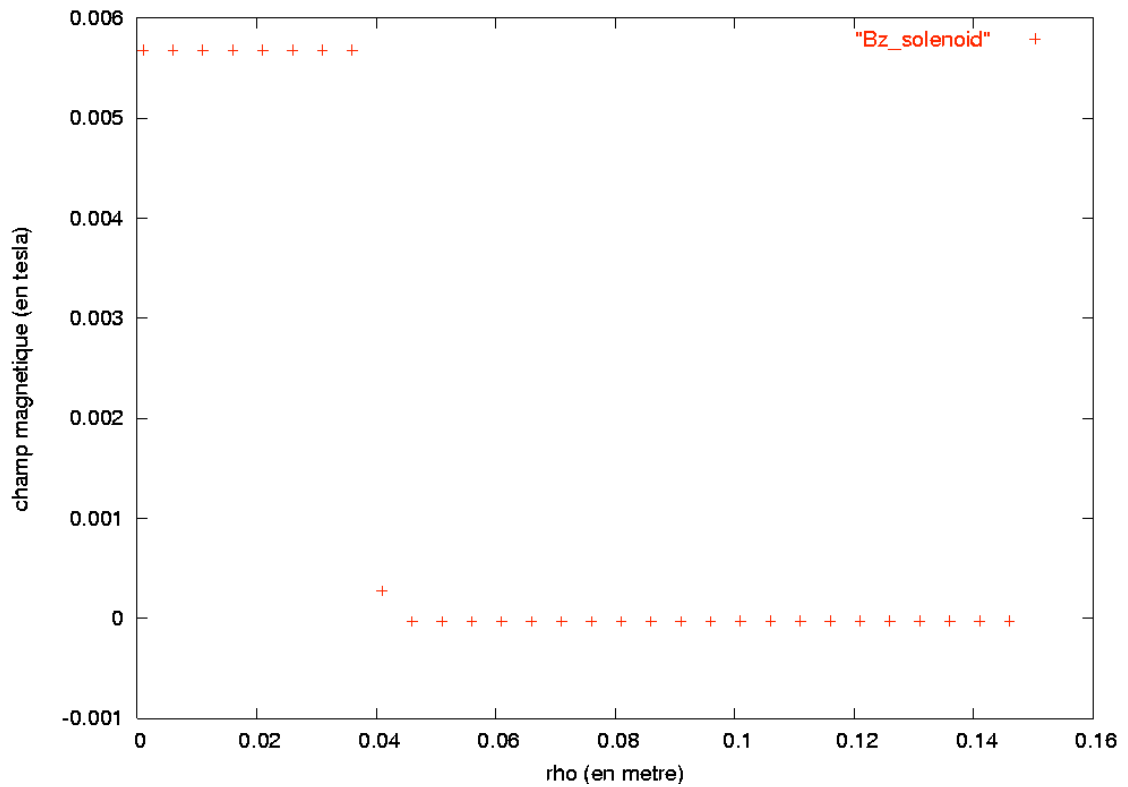


figure II.5 : Composante z champ magnétique simulé sur le plan médian pour un courant de 10 A

La simulation est en parfait accord avec la théorie. Un point semble cependant se distinguer, celui qui est proche de la spire à 0.04 mètre. Cette singularité est due à un problème d'intégration numérique (cf. § I.4).

Il peut être intéressant de voir comment le champ magnétique décroît avec la distance en dehors du solénoïde (ce dont nous ne nous rendons compte sur la figure II.5 à cause des faibles valeurs du champ magnétique à l'extérieur comparé aux valeurs à l'intérieur) :

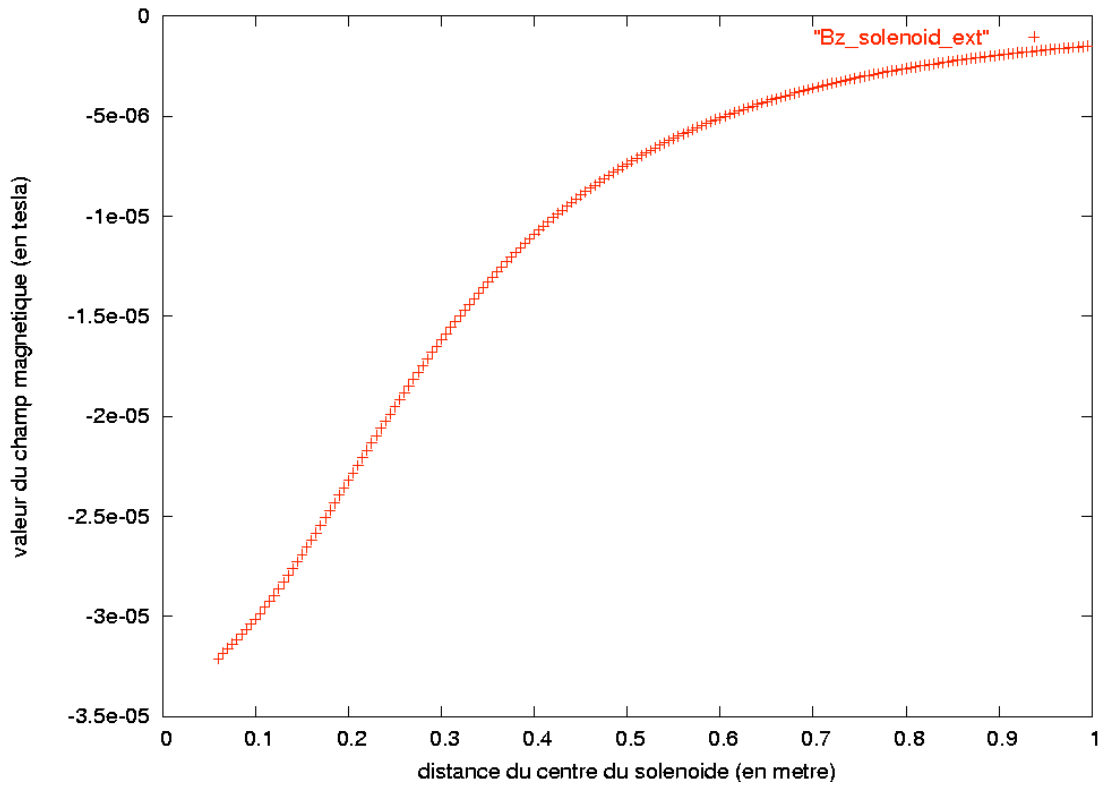


figure II.6 : Composante z champ magnétique simulé sur le plan médian pour un courant de 10 A

- *Potentiel vecteur sur le plan médian.*

Soit \vec{A}_{in} le potentiel vecteur à l'intérieur du solénoïde et soit \vec{A}_{ext} le potentiel vecteur à l'extérieur du solénoïde. R est le rayon du solénoïde. Alors on calcul :

$$\vec{A}_{in} = \frac{\mu_0 n I R}{2} \left(\frac{\rho}{R} \right) e_\varphi \quad (2.2)$$

$$\vec{A}_{ext} = \frac{\mu_0 n I R}{2} \left(\frac{R}{\rho} \right) e_\varphi$$

En R, la valeur du potentiel vecteur est de 1.1 gauss-mètre pour un courant de 10 ampères.

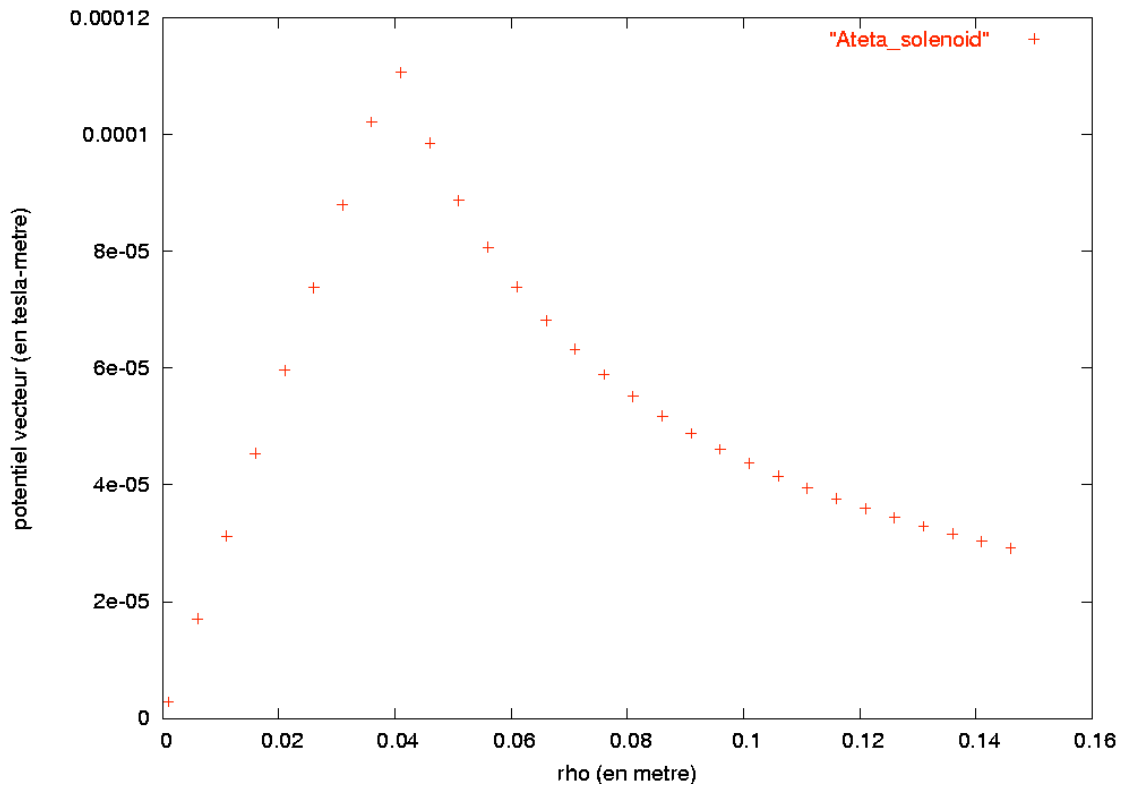


figure II.7 : Composante θ du potentiel vecteur simulé sur le plan médian pour un courant de 10 A

Nous retrouvons bien dans ce graphique une partie linéaire à l'intérieur du solénoïde et une partie décroissante comme l'inverse d'une longueur à l'extérieur. Là encore, il y a un parfait accord entre la théorie et la simulation.

2. Résultats expérimentaux et simulation.

Les valeurs du champ ont été obtenues à l'aide d'un gauss mètre F.W BELL, modèle 4048 et de deux sondes cal n°1760 pour des mesures axiales et cal n°1450 pour des mesures latérales.

L'incertitude sur les valeurs mesurées est de 0.2 gauss. Ce qui nous donne une incertitude relative importante lorsque l'on se place sur le plan médian puisque les valeurs du champ sont de l'ordre du dixième de gauss. Aussi, il arrive que malgré l'incertitude nous marquions qu'il y a un champ de 0.1 gauss car, en effet, nous pouvons observer une légère variation entre le moment où le courant ne passe pas et celui où il passe.

- *Valeur du champ magnétique sur l'axe.*

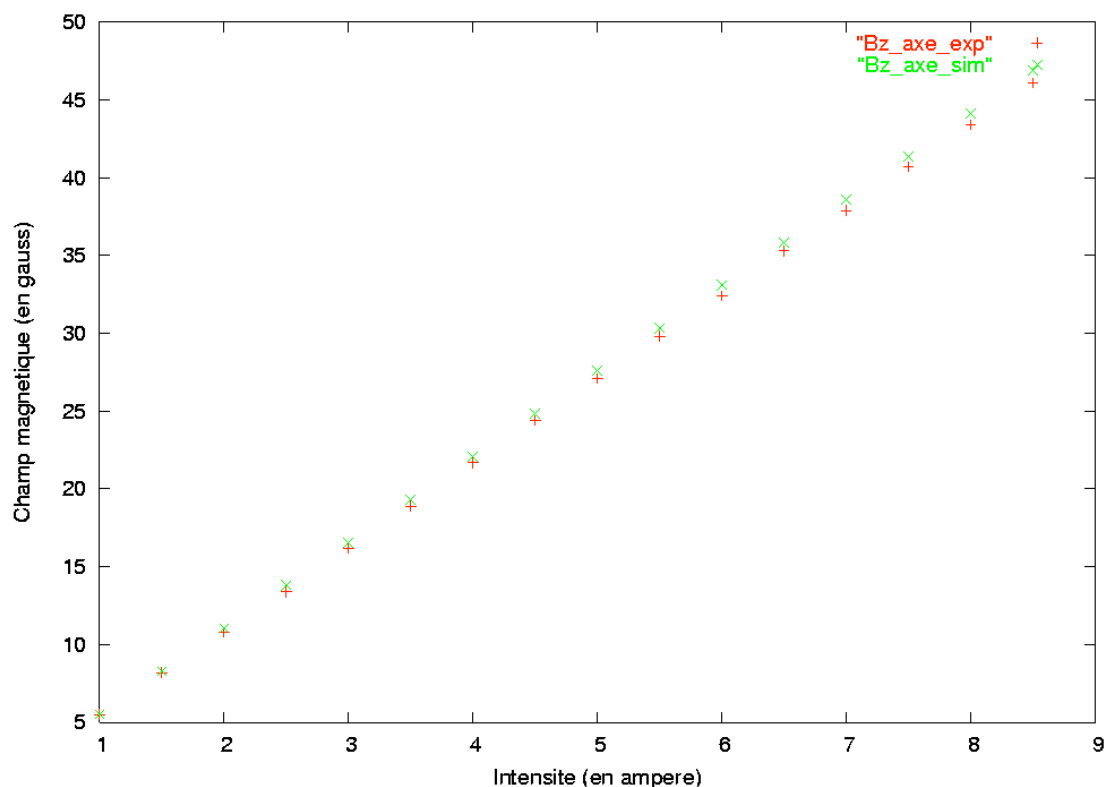
On mesure le champ à 10 cm à l'intérieur du solénoïde, ce qui correspond à $d=65$ cm comme précédemment dans la partie II.1.

I (Ampère)	1	1,5	2	2,5	3	3,5
B (gauss)	5,5	8,2	10,8	13,4	16,2	18,9
I (Ampère)	4	4,5	5	5,5	6	6,5
B (gauss)	21,7	24,4	27,1	29,8	32,4	35,3
I (Ampère)	7	7,5	8	8,5		
B (gauss)	37,9	40,7	43,4	46,1		

II.8 : Résultats expérimentaux

I (ampère)	1	1,5	2	2,5	3	3,5
B (gauss)	5,52	8,27	11,03	13,79	16,55	19,31
I (ampère)	4	4,5	5	5,5	6	6,5
B (gauss)	22,07	24,82	27,58	30,34	33,1	35,86
I (ampère)	7	7,5	8	8,5		
B (gauss)	38,61	41,37	44,13	46,89		

II.9 : Résultats simulés avec un pas de 0.001



- Valeurs du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

Pour finir l'évaluation de la simulation, nous avons fait une série de mesures à l'extérieur du solénoïde. Cette évaluation est d'une importance capitale puisque le but de la simulation est de pouvoir prédire la valeur du champ magnétique extérieur en tout point.

La précision du gauss mètre est à sa limite pour certains points, mais elle permet d'avoir une allure du champ à l'extérieur.

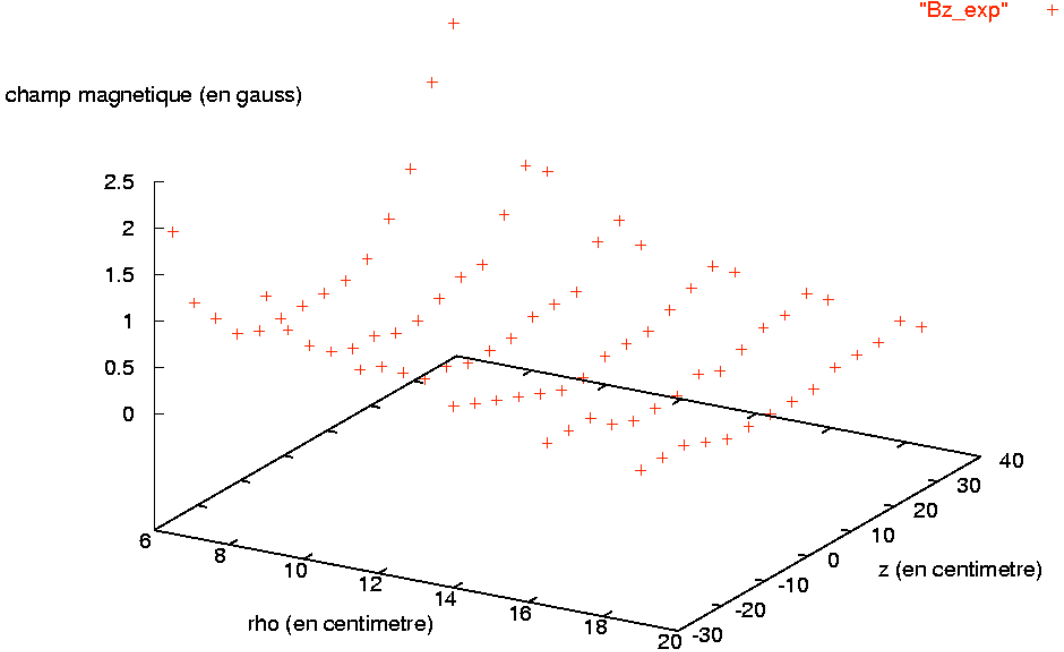


figure II.10 : relevé de la composante z du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde pour un courant de 10 A

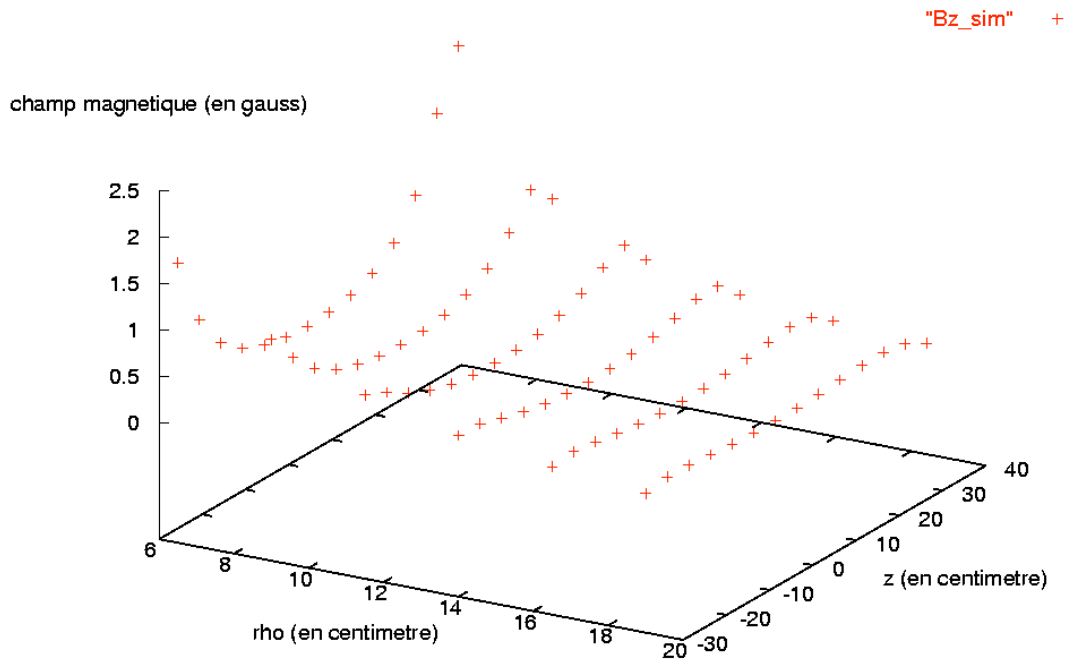


figure II.11 : calcul de la composante z du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde pour un courant de 10 A (voir figure II.6 pour le graphe 2D en $z=0$)

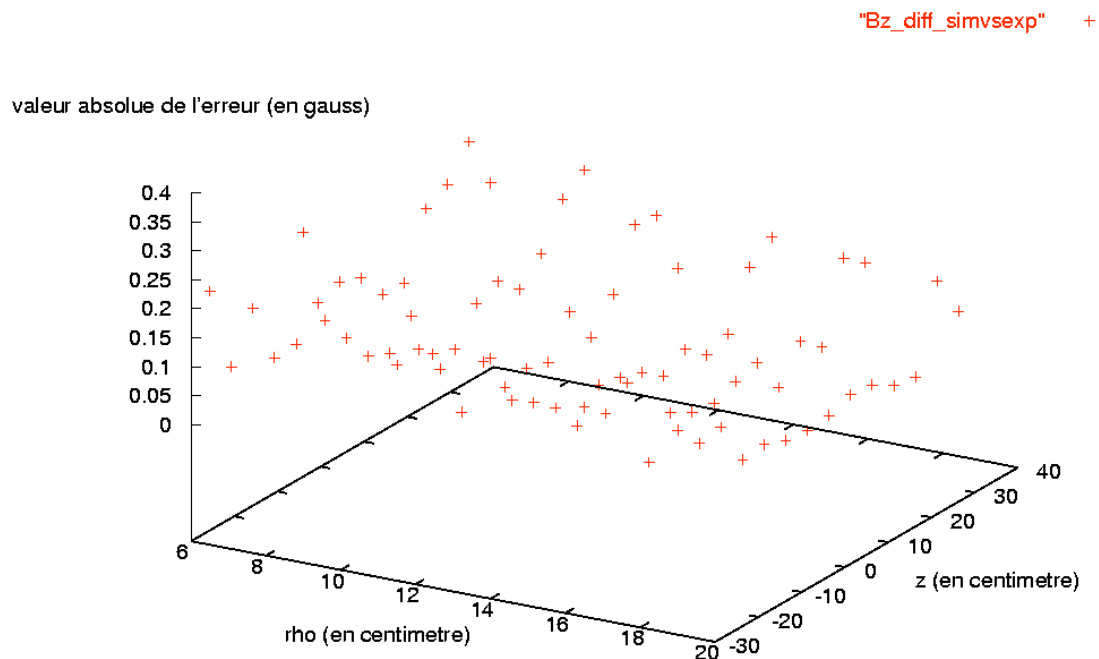


figure II.12 : valeur absolue de la différence du champ calculé avec le champ mesuré pour un courant de 10 A

La figure II.12 n'étant pas très lisible, nous mettons en annexe les valeurs du graphique.

III. Discussion sur les résultats obtenus.

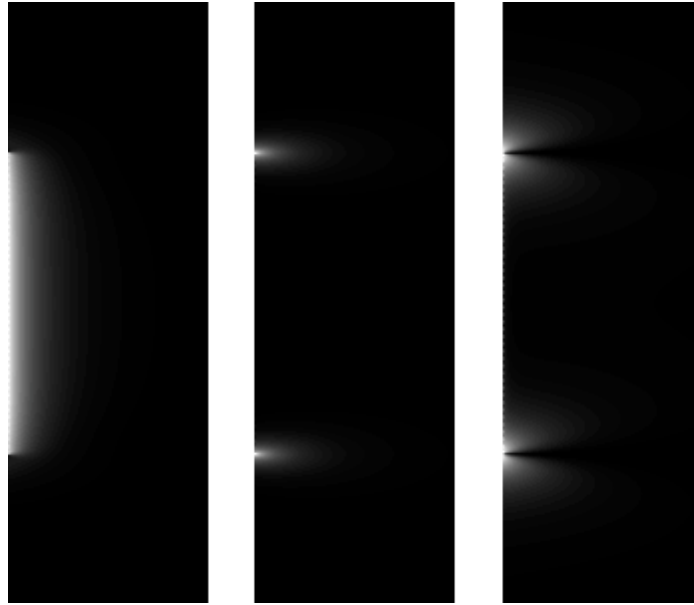
L'accord entre les résultats donnés par la simulation et les résultats obtenus par la théorie (ou par l'expérience) permet de valider la simulation. Ainsi, nous utiliserons à présent les résultats obtenus numériquement pour discuter de l'effet Maxwell – Lodge.

Aussi, les spires étant inclinées, le potentiel vecteur possède, en plus d'une composante suivant θ , une composante suivant z . Ceci implique que le champ magnétique possède trois composantes comme nous pouvons le voir dans les équations (1.3).

Ainsi, l'intérêt du modèle « somme de spires inclinées » est qu'il tient compte de la composante θ du champ magnétique, à l'extérieur du solénoïde, observée expérimentalement. (cf. annexe)

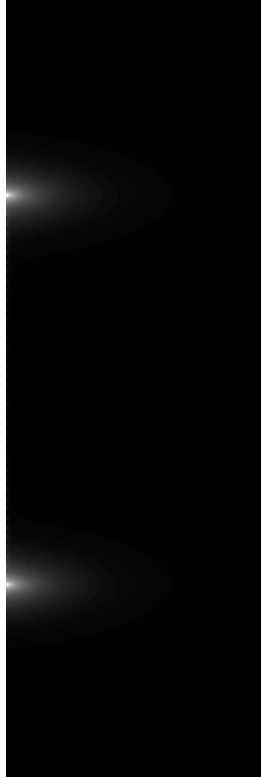
Le modèle « solénoïde = somme de spires inclinés » est donc, par ces résultats, un très bon modèle, et il permet d'avoir la précision nécessaire pour la discussion que nous souhaitons avoir sur la réalité du potentiel vecteur. Cependant, on peut imaginer une amélioration principale à ce modèle. En effet, celui-ci considère des spires planes inclinées. Or, nous savons pertinemment que ce n'est pas le cas dans un solénoïde et que les spires s'enroulent de manière continue. Ainsi, il semble qu'en ajoutant une fonction porte, agissant sur les « ϕ », dans la formule donnant la densité volumique de courant pour une spire

($J_\phi = I \sin\theta \delta(\cos\theta) \frac{\delta(r'-a)}{a} \Pi(\phi)$, avec $\Pi(\phi)$ la fonction porte), on pourrait obtenir des « morceaux » de spires de longueurs souhaitées que l'on pourrait ensuite mettre les unes après les autres, avec une certaine inclinaison, pour former le solénoïde. De la sorte, on aurait bien un enroulement de spire caractérisant le solénoïde.



III.1 : images en niveau de gris du module des trois composantes (ρ, θ, z) du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde.

Les niveaux de gris ne décrivent pas les mêmes valeurs dans chacune des images. En effet, sur chacune de ces images, le blanc est sélectionné pour la valeur maximale et le noir pour la valeur minimale. Ainsi, il ne faut pas penser en voyant la première image que le champ magnétique possède une composante ρ importante (il y a un rapport de $10e^{-14}$ entre la composante ρ et la composante θ sur le plan médian).



III.2 : images en niveau de gris du module du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde.

1. Un champ magnétique négligeable en dehors du solénoïde.

Ainsi le champ magnétique sur le plan médian, là où nous placerons les spires pour mesurer la f.e.m induite, est inférieur à 1% de la valeur à l'intérieur du solénoïde (valeurs en annexe). Ce peut-il pour autant que le champ magnétique de fuite soit négligeable dans le phénomène observé ? Cela paraîtrait logique mais demande toutefois à être vérifié.

Le champ magnétique de fuite implique l'existence d'un potentiel vecteur de fuite puisque $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Aussi, ce potentiel vecteur de fuite (que nous noterons \vec{A}_f) peut être facilement déduit de la simulation. En effet, on a :

$$A_f = A_{\text{simulé}} - A_{\text{théorique}} \quad (3.1)$$

Alors on en déduit le champ électrique de fuite à partir de $\vec{E} = -\partial_t \vec{A}$ (voir § III.2) :

$$E_f = \omega A_f \quad (3.2), \text{ à une phase près.}$$

Et ainsi on a la force électromotrice due aux fuites avec $e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$:

$$e_f = 2\pi\rho\omega A_f \quad (3.3), \text{ à une phase près.}$$

On a, par ailleurs, la force électromotrice théorique :

$$e_{th} = 2\pi\rho\omega A_{th} \quad (3.4)$$

Soit, avec (2.2) :

$$e_{th} = \pi\omega\mu_0 n I R^2 \quad (3.5), \text{ à une phase près.}$$

On remarque que la f.e.m théorique ne dépend pas de l'éloignement au solénoïde.

I (ampère)	f (Hz)	fem (mV)
1	1601	30,3
1,01	1500	28,7
1,01	1400	26,8
1,01	1300	24,9
1,01	1200	23
1,01	1099	21

III.3 : valeurs théoriques de la f.e.m induite

I (ampère)	f (Hz)	fem 1 (mV)	fem 2 (mV)	fem 3 (mV)	fem 4 (mV)	fem 5 (mV)
1	1601	28 +- 3	28 +- 3	28 +- 3	27 +- 3	26 +- 3
1,01	1500	26 +- 2	26 +- 4	25 +- 3	24 +- 2	24 +- 2
1,01	1400	24 +- 2	24 +- 2	24 +- 2	24 +- 3	23 +- 3
1,01	1300	23 +- 2	22 +- 2	23 +- 2	22 +- 2	22 +- 2
1,01	1200	21 +- 2	21 +- 3	21 +- 2	20 +- 2	20 +- 2
1,01	1099	19 +- 2	19 +- 2	18 +- 2	19 +- 2	18 +- 3

III.4 : valeurs expérimentales de la f.e.m induite

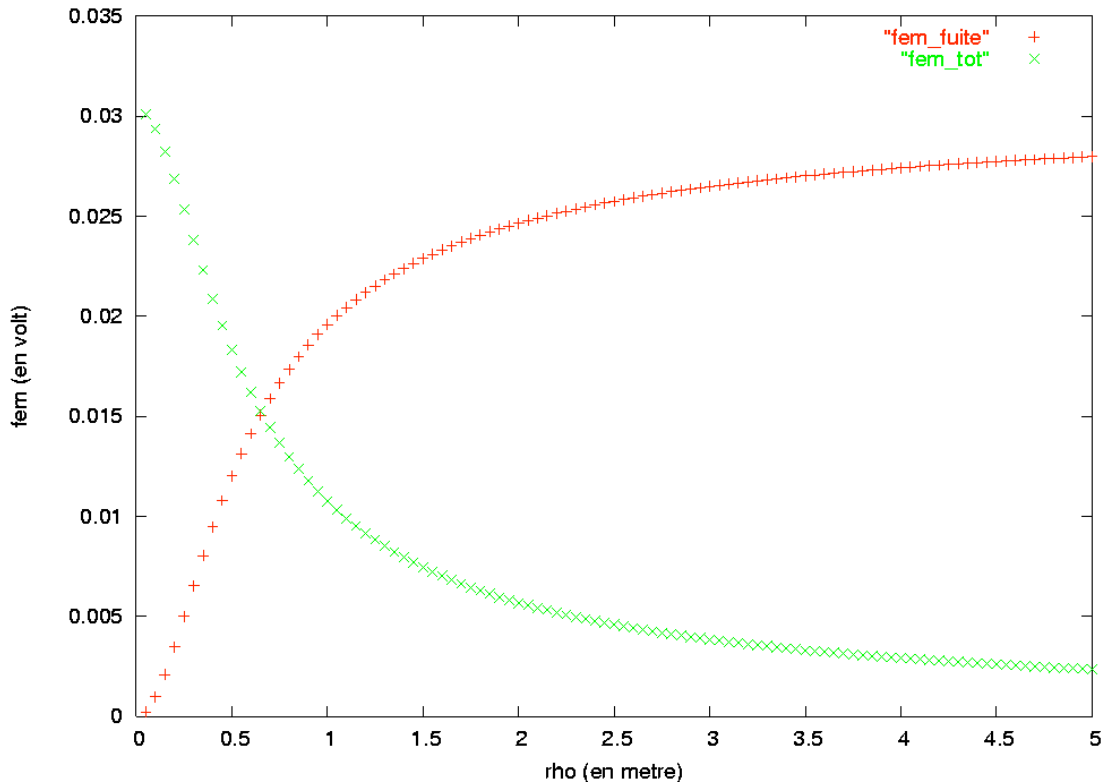
Les f.e.m 1,2,3,4,5 sont respectivement les f.e.m mesurées pour une spire de rayon 5cm, 7.5 cm, 10 cm, 12.5 cm, 15 cm.

I (ampère)	f (Hz)	fem 1 (mV)	fem 2 (mV)	fem 3 (mV)	fem 4 (mV)	fem 5 (mV)
1	1601	30,1	29,8	29,4	28,8	28,2
1,01	1500	28,2	27,9	27,5	27	26,5
1,01	1400	26,3	26	25,7	25,2	24,7
1,01	1300	24,4	24,2	23,8	23,4	22,9
1,01	1200	22,6	22,3	22	21,6	21,2
1,01	1099	20,7	20,4	20,2	19,8	19,4

III.5 : valeurs simulées de la f.e.m induite

I (ampère)	f (Hz)	fem 1 (mV)	fem 2 (mV)	fem 3 (mV)	fem 4 (mV)	fem 5 (mV)
1	1601	-0,2	-0,5	-1	-1,5	-2,1
1,01	1500	-0,2	-0,5	-0,9	-1,4	-2
1,01	1400	-0,2	-0,5	-0,8	-1,3	-1,8
1,01	1300	-0,2	-0,4	-0,8	-1,2	-1,7
1,01	1200	-0,2	-0,4	-0,7	-1,1	-1,6
1,01	1099	-0,2	-0,4	-0,7	-1	-1,4

III.6 : valeurs simulées de la f.e.m de fuite induite
(valeurs exactes simulées en annexe)



III.7 : modules f.e.m de fuite et f.e.m totale que l'on pourrait mesuré sur une spire à l'extérieur du solénoïde pour un courant de 1 A cadencé à 1600 Hz

Ainsi, le champ magnétique de fuite joue très clairement un rôle dans l'effet M – L, mais il n'explique pas l'effet en lui même. En effet, lorsque l'on est proche du solénoïde, le champ magnétique de fuite ne peut expliquer la f.e.m que l'on mesure sur la spire à l'extérieur du solénoïde.

Au contraire, la f.e.m due aux fuites est en opposition de phase avec la f.e.m théorique. De cette manière la f.e.m totale diminue à mesure que la f.e.m de fuite augmente puisque la f.e.m théorique est constante sur le plan médian (cf. (3.5)). On a, alors, une décroissance de la f.e.m totale, à mesure que l'on s'éloigne du solénoïde.

Aussi, il n'est pas étonnant de voir la f.e.m total (soit celle que l'on mesure) diminuer quand le rayon de la spire, où le courant induit circule, augmente. Ceci est en accord avec les prévisions du calcul non local puisque la surface à intégrer étant de plus en plus importante, on a de plus en plus de champ « re bouclant » dans cette surface annulant petit à petit les effets du champ au cœur du solénoïde. ($e = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$)

Ainsi, nous avons une explication locale à ce phénomène qui tend à diminuer la f.e.m induite dans une spire quand le rayon de celle-ci augmente.

2. D'où provient le champ électrique extérieur ?

La question se pose alors que nous aurions pu penser, avant d'avoir les résultats précédents, que la f.e.m que l'on mesure était dû au champ magnétique de fuite dû à la taille non infini du solénoïde, ou à un effet de l'inclinaison des spires non prévu par la théorie, ou encore les deux en même temps. Or, ce n'est pas le cas. La taille fini du solénoïde intervient

en faisant décroître la f.e.m avec l'éloignement et l'inclinaison des spires à pour effet de faire apparaître une composante θ du champ magnétique (qui n'intervient donc pas dans le calcul de la f.e.m) et de légèrement modifier la valeur de la composante z du champ magnétique à l'extérieur mais de manière négligeable (cf. annexe).

Nous rappelons donc l'équation locale $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$, avec ici :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{E}_{th} + \vec{E}_f) = -\partial_t \vec{B}_f \quad (3.6)$$

que l'on décompose en :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_f = -\partial_t \vec{B}_f \quad \text{et} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E}_{th} = 0 \quad (3.7)$$

avec $E_f \ll E_{th}$.

Cette équation locale doit être vérifiée quelque soit les conditions qui font apparaître les champs en jeu dans cette équation. En effet, si l'on masque le dispositif expérimental (le solénoïde) à l'aide d'un carton, alors cette équation locale doit nous décrire le phénomène observé localement (sur la spire en dehors du solénoïde) sans que l'on ait à savoir ce qu'il y a sous le carton. Sinon l'électromagnétisme classique serait une théorie non locale ce qui, selon nous, n'est pas le cas.

La question qui se pose alors est d'où provient le champ \vec{E}_{th} . En effet, le déroulement habituel de nos raisonnements est que le courant dans le solénoïde crée un champ magnétique \vec{B} qui, à son tour, crée un champ électrique \vec{E} , ce que l'on peut représenter par le schéma suivant :

$$\vec{J} \rightarrow \vec{B} \rightarrow \vec{E} \quad (3.8)$$

Or justement dans le cas présent, \vec{B} est nul :

$$\vec{J} \rightarrow ? \rightarrow \vec{E} \quad (3.9)$$

Alors quel est le champ qui crée un champ \vec{E} variable dans le temps et avec la pulsation du courant qui circule dans le solénoïde si ce n'est \vec{B} ($\vec{\nabla} \times \vec{E}_{th} = 0$) ?

La réponse est le potentiel vecteur \vec{A} . En effet, l'équation (3.7) en cache une autre :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{E}_{th} + \vec{\nabla} \cdot V_{th}) = -\partial_t (\vec{\nabla} \times \vec{A}_{th}) \quad (3.10)$$

On en déduit :

$$\vec{E}_{th} = -\partial_t \vec{A}_{th} - \vec{\nabla} \cdot V_{th} \quad (3.11)$$

Or, il n'y a pas de charge donc $V_{th} = 0$:

$$E_{th} = -\partial_t \vec{A} \quad (3.12)$$

Ainsi, cette équation explique localement d'où provient ce champ électrique \vec{E}_{th} variable dans le temps sans contredire l'équation (3.7). Localement, le champ électrique ne peut s'expliquer dans l'effet Maxwell - Lodge qu'uniquement à l'aide du potentiel vecteur.

Or la f.e.m induite dans ce phénomène est due au champ électrique puisque $e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$. Nous en déduisons donc que l'effet M-L ne s'explique de manière locale qu'en considérant le potentiel vecteur.

Conclusion.

Nous avons proposé dans ce papier une description locale complète de l'effet Maxwell - Lodge et il en ressort que le potentiel vecteur est un champ qu'il est nécessaire de considérer pour expliquer l'effet. Dès lors, la notion de champ « réel » proposé par Feynman [1] s'applique au potentiel vecteur qui passe du statut « d'outil mathématique » permettant le calcul des champs électrique et magnétique à celui de champ à part entière.

Aussi, on peut penser que le terme potentiel vecteur est mal approprié et qu'il serait préférable, pour une meilleure appréhension de celui-ci par les étudiants, de le renommer de manière à indiquer sa nature physique.

Ainsi, la formulation de Riemann – Lorentz [5] semble plus naturelle que la formulation d'Heaviside – Hertz puisqu'elle donne les équations sur les potentiels ($\Delta \vec{A} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\mu_0 \vec{J}$ et $\Delta V - \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$) comme équations fondamentales de

l'électromagnétisme alors que la formulation H-H les donne comme équations secondaires. En effet, les faits expérimentaux imposent de reformuler l'électromagnétisme classique en fonction des potentiels en tant que quantités plus fondamentales que les champs qui en dérivent et non l'inverse.

D'autre part, les avantages à enseigner l'électromagnétisme en terme de potentiel sont largement discutés dans les publications scientifiques [6][7][8] mais ne se retrouvent, hélas, pas dans la littérature accessible à l'étudiant découvrant l'électromagnétisme classique. C'est dans l'espoir de voir cette lacune corrigée que nous nous sommes engagés dans l'analyse de l'effet Maxwell – Lodge.

Enfin, on ne peut s'empêcher de faire le lien avec l'effet Aharanov – Bohm [9] de l'électrodynamique quantique étant donné que la réalité du potentiel vecteur est le point qui oppose les communautés dans la recherche de la nature physique de cet effet.

Références bibliographiques

- [1] R.P Feynman, Les cours de physique de Feynman : électromagnétisme.
- [2] G Rousseaux & A Domps, Remarques supplémentaires sur l'approximation des régimes quasi-stationnaires en électromagnétisme, Bulletin de l'Union des Physiciens, 863, avril 2004.
- [3] Classical Electrodynamics, J.D Jackson.
- [4] K.E Schmidt, The external magnetic field of a long solenoid, <http://fermi.la.asu.edu/PHY531/solenoid/index.html>
- [5] G Rousseaux, R Kofman & O Minazzoli, Sur un effet physique attribuable uniquement au potentiel vecteur en électromagnétisme classique : Partie I, soumis, 2004.
- [6] M.D Semon & J.R Taylor, Thoughts on the magnetic vector potential, American Journal of Physic, 64 (11), November 1996.

[7] C.J Carpenter & R.L Coren, Teaching electromagnetism in terms of potentials instead of fields.

[8] C.J Carpenter, Electromagnetic energy and power in terms of charges and potentials instead of fields, IEE PROCEEDINGS, Vol. 136, Pt. A, No.2, March 1989.

[9] A.G Chirkov & A.N Ageev, on the nature of the Aharonov-Bohm effect, Technical Physics, Vol. 46, No.2, 2001, pp.147-153.

Annexe A : Tableaux et graphiques.

ρ (cm)	z(cm)	result(gauss)	ρ (cm)	z(cm)	result(gauss)
6.5	35	0.14451	19	0	0.022622
9	35	0.197604	16.5	0	0.038315
11.5	35	0.05919	14	0	0.052264
14	35	0.14383	11.5	0	0.036904
16.5	35	0.131403	9	0	0.030758
19	35	0.078327	6.5	0	0.124422
19	30	0.15157	6.5	-5	0.109346
16.5	30	0.16032	9	-5	0.117664
14	30	0.113811	11.5	-5	0.025991
11.5	30	0.171406	14	-5	0.060977
9	30	0.16889	16.5	-5	0.04496
6.5	30	0.23663	19	-5	0.027434
6.5	25	0.18488	19	-10	0.041536
9	25	0.096132	16.5	-10	0.065078
11.5	25	0.17668	14	-10	0.0119
14	25	0.020085	11.5	-10	0.09119
16.5	25	0.028083	9	-10	0.075051
19	25	0.007624	6.5	-10	0.059484
19	20	0.014167	6.5	-15	0.058017
16.5	20	0.059593	9	-15	0.091557
14	20	0.005169	11.5	-15	0.026165
11.5	20	0.078602	14	-15	0.063978
9	20	0.056156	16.5	-15	0.001617
6.5	20	0.164432	19	-15	0.036884
6.5	15	0.058017	19	-20	0.114167
9	15	0.091557	16.5	-20	0.159593
11.5	15	0.026165	14	-20	0.094851
14	15	0.036022	11.5	-20	0.121398
16.5	15	0.001617	9	-20	0.143844
19	15	0.036884	6.5	-20	0.164432
19	10	0.041536	6.5	-25	0.08488
16.5	10	0.065078	9	-25	0.196132
14	10	0.0119	11.5	-25	0.17668
11.5	10	0.09119	14	-25	0.120085
9	10	0.075051	16.5	-25	0.128083
6.5	10	0.059484	19	-25	0.107624
6.5	5	0.109346	19	-30	0.15157
9	5	0.017664	16.5	-30	0.16032
11.5	5	0.025991	14	-30	0.213811
14	5	0.039023	11.5	-30	0.171406
16.5	5	0.05504	9	-30	0.36889
19	5	0.027434	6.5	-30	0.23663

A.1 : Valeurs absolues de la différence entre le champ magnétique mesuré et le champ magnétique calculé pour un courant de 10 ampères

ρ (cm)	z(cm)	result(gauss)	ρ (cm)	z(cm)	result(gauss)
6.5	-30	2.31501	6.5	5	0.364426
9	-30	1.73119	9	5	0.327159
11.5	-30	1.28578	11.5	5	0.307518
14	-30	0.968464	14	5	0.288326
16.5	-30	0.74505	16.5	5	0.268324
19	-30	0.585698	19	5	0.247899
6.5	-25	1.19841	6.5	10	0.414519
9	-25	1.01747	9	10	0.375272
11.5	-25	0.848955	11.5	10	0.350245
14	-25	0.702053	14	10	0.325051
16.5	-25	0.580103	16.5	10	0.299165
19	-25	0.481304	19	10	0.273329
6.5	-20	0.736249	6.5	15	0.520904
9	-20	0.658485	9	15	0.473075
11.5	-20	0.584955	11.5	15	0.434338
14	-20	0.513463	14	15	0.395038
16.5	-20	0.44719	16.5	15	0.356073
19	-20	0.387948	19	15	0.318806
6.5	-15	0.520904	6.5	20	0.736249
9	-15	0.473075	9	20	0.658485
11.5	-15	0.434338	11.5	20	0.584955
14	-15	0.395038	14	20	0.513463
16.5	-15	0.356073	16.5	20	0.44719
19	-15	0.318806	19	20	0.387948
6.5	-10	0.414519	6.5	25	1.19841
9	-10	0.375272	9	25	1.01747
11.5	-10	0.350245	11.5	25	0.848955
14	-10	0.325051	14	25	0.702053
16.5	-10	0.299165	16.5	25	0.580103
19	-10	0.273329	19	25	0.481304
6.5	-5	0.364426	6.5	30	2.31501
9	-5	0.327159	9	30	1.73119
11.5	-5	0.307518	11.5	30	1.28578
14	-5	0.288326	14	30	0.968464
16.5	-5	0.268324	16.5	30	0.74505
19	-5	0.247899	19	30	0.585698
6.5	0	0.349635	6.5	35	5.24272
9	0	0.312622	9	35	2.90085
11.5	0	0.294412	11.5	35	1.80099
14	0	0.276895	14	35	1.21942
16.5	0	0.25858	16.5	35	0.877662
19	0	0.239746	19	35	0.660326

A.2 : valeurs du module du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde pour un courant de 10 ampères

pas spatial	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001
Bz (en gauss)	0,248937	0,292831	0,318408	0,321817	0,32186

A.3 : Résultats obtenus de la composante z du champ magnétique sur le plan médian à 6.5 cm du centre pour un courant de 10 A

	rho=6,5cm	rho=9cm	rho=11,5cm	rho=14cm	rho=16,5cm	rho=19cm
B_teta_mesuré	0,2	0,1	0,1	0,1	0	0
B_teta_simulé	0,14	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01

A.4 : Valeurs sur le plan médian de la composante θ du champ magnétique pour un courant de 10 A

1600 Hz :

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre
 Efuite(5 cm) = 0.000745617 en volt-metre
 efuite(5 cm) = 0.000234243en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre
 Etotal(5 cm) = 0.0957943 en volt metre
 etotal(5 cm) = 0.0300947en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre
 Efuite(7.5 cm) = 0.00116785 en volt-metre
 efuite(7.5 cm) = 0.000550338en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre
 Etotal(7.5 cm) = 0.0631921 en volt metre
 etotal(7.5 cm) = 0.0297786en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre
 Efuite(10 cm) = 0.00155199 en volt-metre
 efuite(10 cm) = 0.000975144en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre
 Etotal(10 cm) = 0.046718 en volt metre
 etotal(10 cm) = 0.0293538en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre
 Efuite(12.5 cm) = 0.00190593 en volt-metre
 efuite(12.5 cm) = 0.00149691en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre
 Etotal(12.5 cm) = 0.03671 en volt metre
 etotal(12.5 cm) = 0.028832en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre
 Efuite(15 cm) = 0.00222773 en volt-metre
 efuite(15 cm) = 0.00209958en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre
 Etotal(15 cm) = 0.0299522 en volt metre
 etotal(15 cm) = 0.0282293en volt

1500 Hz :

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre
 Efuite(5 cm) = 0.000699016 en volt-metre
 efuite(5 cm) = 0.000219602en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre
 Etotal(5 cm) = 0.0898071 en volt m_tre
 etotal(5 cm) = 0.0282137en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre
Efuite(7.5 cm) = 0.00109486 en volt-metre
efuite(7.5 cm) = 0.000515942en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre
Etotal(7.5 cm) = 0.0592426 en volt metre
etotal(7.5 cm) = 0.0279174en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre
Efuite(10 cm) = 0.00145499 en volt-metre
efuite(10 cm) = 0.000914198en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre
Etotal(10 cm) = 0.0437981 en volt metre
etotal(10 cm) = 0.0275192en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre
Efuite(12.5 cm) = 0.00178681 en volt-metre
efuite(12.5 cm) = 0.00140336en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre
Etotal(12.5 cm) = 0.0344157 en volt metre
etotal(12.5 cm) = 0.02703en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre
Efuite(15 cm) = 0.00208849 en volt-metre
efuite(15 cm) = 0.00196836en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre
Etotal(15 cm) = 0.0280802 en volt metre
etotal(15 cm) = 0.026465en volt

1400 Hz:

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre
Efuite(5 cm) = 0.000652415 en volt-metre
efuite(5 cm) = 0.000204962en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre
Etotal(5 cm) = 0.08382 en volt metre
etotal(5 cm) = 0.0263328en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre
Efuite(7.5 cm) = 0.00102187 en volt-metre
efuite(7.5 cm) = 0.000481546en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre
Etotal(7.5 cm) = 0.0552931 en volt metre
etotal(7.5 cm) = 0.0260562en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre
Efuite(10 cm) = 0.00135799 en volt-metre
efuite(10 cm) = 0.000853251en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre
Etotal(10 cm) = 0.0408782 en volt metre
etotal(10 cm) = 0.0256845en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre
Efuite(12.5 cm) = 0.00166769 en volt-metre

efuite(12.5 cm) = 0.0013098en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre

Ettotal(12.5 cm) = 0.0321213 en volt metre

etotal(12.5 cm) = 0.025228en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre

Efuite(15 cm) =0.00194926 en volt-metre

efuite(15 cm) = 0.00183713en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre

Ettotal(15 cm) = 0.0262082 en volt metre

etotal(15 cm) = 0.0247007en volt

1300 Hz:

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre

Efuite(5 cm) =0.000605814 en volt-metre

efuite(5 cm) = 0.000190322en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre

Ettotal(5 cm) = 0.0778329 en volt metre

etotal(5 cm) = 0.0244519en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre

Efuite(7.5 cm) =0.000948881 en volt-metre

efuite(7.5 cm) = 0.00044715en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre

Ettotal(7.5 cm) = 0.0513436 en volt metre

etotal(7.5 cm) = 0.0241951en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre

Efuite(10 cm) =0.00126099 en volt-metre

efuite(10 cm) = 0.000792305en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre

Ettotal(10 cm) = 0.0379583 en volt metre

etotal(10 cm) = 0.0238499en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre

Efuite(12.5 cm) =0.00154857 en volt-metre

efuite(12.5 cm) = 0.00121624en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre

Ettotal(12.5 cm) = 0.0298269 en volt metre

etotal(12.5 cm) = 0.023426en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre

Efuite(15 cm) =0.00181003 en volt-me_re

efuite(15 cm) = 0.00170591en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre

Ettotal(15 cm) = 0.0243362 en volt metre

etotal(15 cm) = 0.0229363en volt

1200 Hz:

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre

Efuite(5 cm) =0.000559213 en volt-metre

efuite(5 cm) = 0.000175682en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre
Etotal(5 cm) = 0.0718457 en volt metre
etotal(5 cm) = 0.022571en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre
Efuite(7.5 cm) =0.00087589 en volt-metre
efuite(7.5 cm) = 0.000412754en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre
Etotal(7.5 cm) = 0.0473941 en volt metre
etotal(7.5 cm) = 0.0223339en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre
Efuite(10 cm) =0.00116399 en volt-metre
efuite(10 cm) = 0.000731358en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre
Etotal(10 cm) = 0.0350385 en volt metre
etotal(10 cm) = 0.0220153en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre
Efuite(12.5 cm) =0.00142945 en volt-metre
efuite(12.5 cm) = 0.00112269en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre
Etotal(12.5 cm) = 0.0275325 en volt metre
etotal(12.5 cm) = 0.021624en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre
Efuite(15 cm) =0.00167079 en volt-metre
efuite(15 cm) = 0.00157469en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre
Etotal(15 cm) = 0.0224642 en volt metre
etotal(15 cm) = 0.021172en volt

1099 Hz :

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre
Efuite(5 cm) =0.000512146 en volt-metre
efuite(5 cm) = 0.000160895en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre
Etotal(5 cm) = 0.0657987 en volt metre
etotal(5 cm) = 0.0206713en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre
Efuite(7.5 cm) =0.000802169 en volt-metre
efuite(7.5 cm) = 0.000378013en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre
Etotal(7.5 cm) = 0.0434051 en volt metre
etotal(7.5 cm) = 0.0204542en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre
Efuite(10 cm) =0.00106602 en volt-metre
efuite(10 cm) = 0.000669802en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre
Etotal(10 cm) = 0.0320894 en volt metre

etotal(10 cm) = 0.0201624en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre

Efuite(12.5 cm) =0.00130914 en volt-metre

efuite(12.5 cm) = 0.00102819en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre

Ettotal(12.5 cm) = 0.0252152 en volt metre

etotal(12.5 cm) = 0.019804en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre

Efuite(15 cm) =0.00153017 en volt-metre

efuite(15 cm) = 0.00144215en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre

Ettotal(15 cm) = 0.0205734 en volt metre

etotal(15 cm) = 0.01939en volt

1601 Hz:

Afuite(5 cm) = 7.41679e-08 en tesla-metre

Efuite(5 cm) =0.000746083 en volt-metre

efuite(5 cm) = 0.000234389en volt

Atotal(5 cm)=9.52883e-06 en tesla-metre

Ettotal(5 cm) = 0.0958542 en volt metre

etotal(5 cm) = 0.0301135en volt

Afuite(7.5 cm) = 1.16169e-07 en tesla-metre

Efuite(7.5 cm) =0.00116858 en volt-metre

efuite(7.5 cm) = 0.000550682en volt

Atotal(7.5 cm)=6.28583e-06 en tesla-metre

Ettotal(7.5 cm) = 0.0632316 en volt metre

etotal(7.5 cm) = 0.0297972en volt

Afuite(10 cm) = 1.54379e-07 en tesla-metre

Efuite(10 cm) =0.00155296 en volt-metre

efuite(10 cm) = 0.000975754en volt

Atotal(10 cm)=4.64712e-06 en tesla-metre

Ettotal(10 cm) = 0.0467472 en volt metre

et_tal(10 cm) = 0.0293721en volt

Afuite(12.5 cm) = 1.89586e-07 en tesla-metre

Efuite(12.5 cm) =0.00190712 en volt-metre

efuite(12.5 cm) = 0.00149785en volt

Atotal(12.5 cm)=3.65161e-06 en tesla-metre

Ettotal(12.5 cm) = 0.036733 en volt metre

etotal(12.5 cm) = 0.02885en volt

Afuite(15 cm) = 2.21596e-07 en tesla-metre

Efuite(15 cm) =0.00222912 en volt-metre

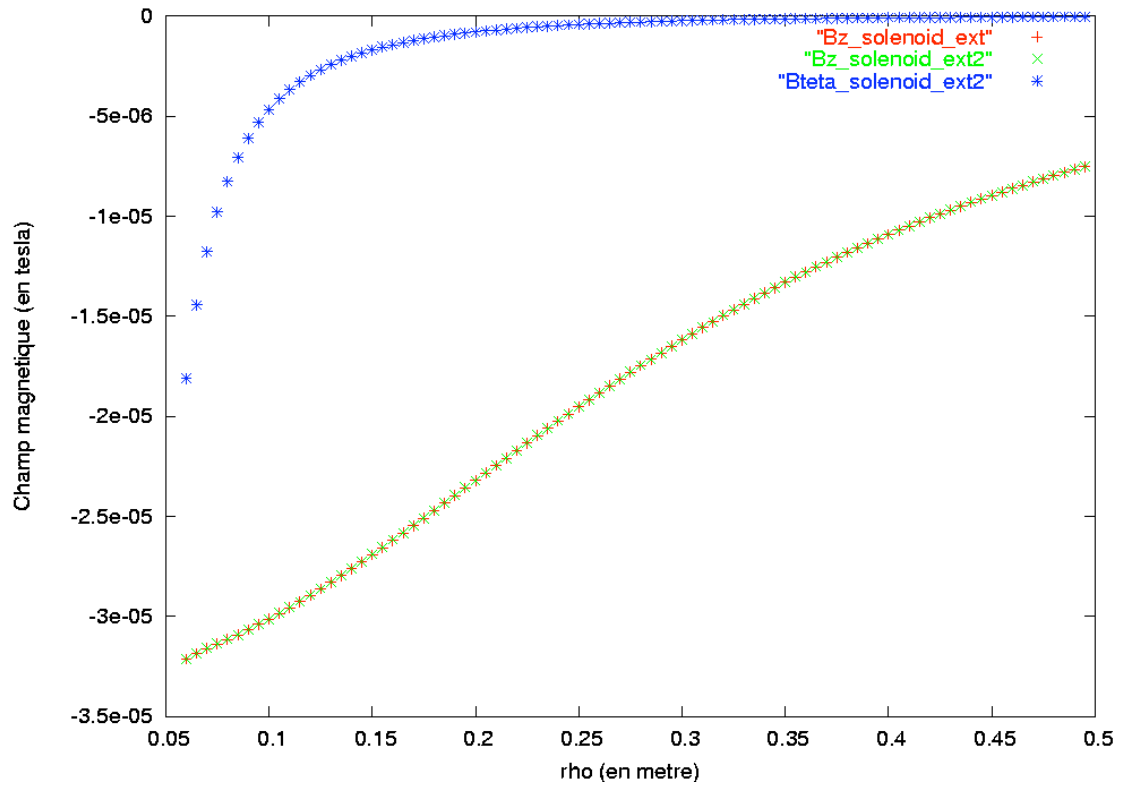
efuite(15 cm) = 0.00210089en volt

Atotal(15 cm)=2.9794e-06 en tesla-metre

Ettotal(15 cm) = 0.029971 en volt metre

etotal(15 cm) = 0.028247en volt

A.5 : Valeurs des champs électrique, potentiel vecteur et de la f.e.m sur le plan médian pour un courant de 1 ampère.



A.6 : Composantes z du champ magnétique à l'extérieur du solénoïde pour $\gamma=0$ rd et $\gamma=0.027$ rd. Et composante θ du champ magnétique pour $\gamma=0.027$ rd.

Annexe B : Code source.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

FILE *fp1,*fp2,*fp3,*fp4,*fp5,*fp6,*fp7,*fopen();

/*Calcul du potentiel vecteur*/

/*definitions des fonctions a integrer*/

double f1(double x,double a,double r,double teta)
{
    double res;
    res=cos(x)*(r-a*sin(teta)*cos(x))/pow(a+a*r*r-
2*a*r*sin(teta)*cos(x),1.5);
    return res;
}

double f2(double x,double a,double r,double teta)
{
    double res;
    res=pow(cos(x),2)*a*r*cos(teta)/pow(a+a*r*r-2*a*r*sin(teta)*cos(x),1.5);
    return res;
}

double f3(double x,double a,double r,double teta)
{
    double res;
    res=cos(x)/pow(a+a*r*r-2*a*r*sin(teta)*cos(x),0.5);
    return res;
}

/*integration numeriques via methode de Newton (on pourra ameliorer la
methode plus tard)
h est le pas d integration*/

double A_phi_i(double a,double r,double teta,double I,double h)
{
    double x,y,res;
    x=0;
    y=0;
    while(x<=(2*M_PI))
    {
        y=y+(h*(f3(x,a,r,teta)/2+f3(x+h,a,r,teta)/2));
        x=x+h;
    }
    res=y*I*a/(1e7);
    return res;
}

double d_teta_A_phi_i(double a,double r,double teta,double I,double h)
{
    double x,y,res;
    x=0;
    y=0;
    while(x<=(2*M_PI))
```

```

        {
            y+=(h*(f2(x,a,r,teta)/2+f2(x+h,a,r,teta)/2));
            x+=h;
        }
        res=y*I*a/(1e7);
        return res;
    }

double d_r_A_phi_i(double a,double r,double teta,double I,double h)
{
    double x,y,res;
    x=0;
    y=0;
    while(x<=(2*M_PI))
        {
            y+=(h*(f1(x,a,r,teta)/2+f1(x+h,a,r,teta)/2));
            x+=h;
        }
    res=-y*I*a/(1e7);
    return res;
}

double A_r(double A_phi_i,double gamma,double teta)/*gamma angle que fait
une spire avec le plan 'xOy'*/
{
    double res;
    res=A_phi_i*sin(gamma)*cos(teta);
    return res;
}

double A_teta(double A_phi_i,double gamma,double teta)
{
    double res;
    res=A_phi_i*sin(gamma)*sin(teta);
    return res;
}

double A_phi(double A_phi_i,double gamma,double teta)
{
    double res;
    res=A_phi_i*cos(gamma);
    return res;
}

/*Composantes du champ magnétique*/

double B_r(double r,double teta,double gamma,double A_phi_i,double
d_teta_A_phi_i)
{
    double res;

    res=(cos(teta)*A_phi_i+sin(teta)*d_teta_A_phi_i)*cos(gamma)/(r*sin(teta));
    return res;
}

double B_teta(double r,double teta,double gamma,double A_phi_i,double
d_r_A_phi_i)
{
    double res;

```



```

    res=-cos(gamma)*(A_phi_i+r*d_r_A_phi_i)/r;
    return res;
}

double B_phi(double r,double teta,double gamma,double A_phi_i,double
d_r_A_phi_i,double d_teta_A_phi_i)
{
    double res;
    res=((A_phi_i+r*d_r_A_phi_i)*sin(teta)+sin(teta)*A_phi_i-
d_teta_A_phi_i*cos(teta))*sin(gamma)/r;
    return res;
}

/*definitions des structures qui vont nous etre utiles..*/

typedef struct vecteur
{
    double x;
    double y;
    double z;
}vecteur;

typedef struct double_vecteur
{
    vecteur V1;
    vecteur V2;
}double_vecteur;

/*calcul des champs magnétique et vecteur potentiel en sphérique
(a:rayon de la bobine,r=point
courant(sphérique),teta:(sphérique),gamma:angle que fait une spire avec
'l'horizontale',I:courant traversant la spire,h:pas d'integration
retourne 2 vecteurs contenant les 3 composantes du champ magnetique et du
potentiel scalaire*/

double_vecteur champs_spire(double a,double r,double teta,double
gamma,double I,double h)
{
    vecteur VA,VB;
    double_vecteur V;

    double
A_phi_i1,drA_phi_i1,dtetaA_phi_i1,A_r1,A_teta1,A_phi1,B_r1,B_teta1,B_phi1;

    A_phi_i1=A_phi_i(a,r,teta,I,h);
    drA_phi_i1=d_r_A_phi_i(a,r,teta,I,h);
    dtetaA_phi_i1=d_teta_A_phi_i(a,r,teta,I,h);

    A_r1=A_r(A_phi_i1,gamma,teta);
    A_teta1=A_teta(A_phi_i1,gamma,teta);
    A_phi1=A_phi(A_phi_i1,gamma,teta);

    B_r1=B_r(r,teta,gamma,A_phi_i1,dtetaA_phi_i1);
    B_teta1=B_teta(r,teta,gamma,A_phi_i1,drA_phi_i1);
    B_phi1=B_phi(r,teta,gamma,A_phi_i1,drA_phi_i1,dtetaA_phi_i1);

    VB.x=B_r1;
    VB.y=B_teta1;

```

```

VB.z=B_phil;

VA.x=A_r1;
VA.y=A_tetal;
VA.z=A_phil;

V.V1=VA;
V.V2=VB;
return V;

}

/*champ produit par un solenoid...recoit des coordonnees spheriques et
renvoit des coordonnees cylindriques
d: hauteur avec le plan median comme origine,l=ecart avec le centre de la
bobine, a : rayon de la bobine...
V1 = potentiel vecteur
V2 = champ magnetique*/

double_vecteur solenoid (double d,double l,double a,int N,double eps,double
gamma,double I,double h)
{
    register int i;

    double teta,r;
    double lsup,L,dd;
    int nsup;
    double_vecteur champ;
    vecteur VA,VB;
    double vax,vay,vaz,vbx,vby,vbz;

    L=(double)N*eps;
    lsup=d+L/2;
    nsup=(int) (lsup/eps);
    vax=0;
    vay=0;
    vaz=0;
    vbx=0;
    vby=0;
    vbz=0;

    if (lsup>=L)
    {
        for(i=0;i<=N;i++)
        {
            dd=lsup-i*eps;
            teta=atan(l/dd);
            r=l/sin(teta);
            champ=champs_spire(a,r,teta,gamma,I,h);
            VA=champ.V1;
            VB=champ.V2;
            vaz=vaz+VA.x*cos(teta)-VA.y*sin(teta);/*on passe en coordonnees
cylindrique*/
            vay=vay+VA.x*sin(teta)+VA.y*cos(teta);
            vbz=vbz+VB.x*cos(teta)-VB.y*sin(teta);
            vby=vby+VB.x*sin(teta)+VB.y*cos(teta);

            vax=vax+VA.z;
            vbx=vbx+VB.z;
        }
    }
}

```

```

else if (lsup <= 0)
{
  for (i=0; i<=N; i++)
  {
    teta = atan((i*eps-lsup)/l) + M_PI/2;
    r=l/sin(teta);
    champ=champs_spire(a, r, teta, gamma, I, h);
    VA=champ.V1;
    VB=champ.V2;
    vaz=vaz+VA.x*cos(teta)-VA.y*sin(teta); /*on passe en coordonnees
cylindriques*/
    vay=vay+VA.x*sin(teta)+VA.y*cos(teta);
    vbz=vbz+VB.x*cos(teta)-VB.y*sin(teta);
    vby=vby+VB.x*sin(teta)+VB.y*cos(teta);

    vax=vax+VA.z;
    vbx=vbx+VB.z;
  }
}
else
{
  for (i=0; i<=nsup; i++)
  {
    dd=lsup-i*eps;
    teta=atan(l/dd);
    r=l/sin(teta);
    champ=champs_spire(a, r, teta, gamma, I, h);
    VA=champ.V1;
    VB=champ.V2;
    vaz=vaz+VA.x*cos(teta)-VA.y*sin(teta); /*on passe en coordonnees
cylindrique*/
    vay=vay+VA.x*sin(teta)+VA.y*cos(teta);
    vbz=vbz+VB.x*cos(teta)-VB.y*sin(teta);
    vby=vby+VB.x*sin(teta)+VB.y*cos(teta);

    vax=vax+VA.z;
    vbx=vbx+VB.z;
  }
  for (i=(nsup+1); i<=N; i++)
  {
    teta = atan((i*eps-lsup)/l) + M_PI/2;
    r=l/sin(teta);
    champ=champs_spire(a, r, teta, gamma, I, h);
    VA=champ.V1;
    VB=champ.V2;
    vaz=vaz+VA.x*cos(teta)-VA.y*sin(teta); /*on passe en coordonnees
cylindriques*/
    vay=vay+VA.x*sin(teta)+VA.y*cos(teta);
    vbz=vbz+VB.x*cos(teta)-VB.y*sin(teta);
    vby=vby+VB.x*sin(teta)+VB.y*cos(teta);

    vax=vax+VA.z;
    vbx=vbx+VB.z;
  }
}
VA.x=vax;
VA.y=vay;
VA.z=vaz;

VB.x=vbx;

```

```

VB.y=vby;
VB.z=vbz;

champ.V1=VA;
champ.V2=VB;

return champ;
}

/*procedure permettant d'ecrire les valeurs des champs dans un fichier pour
etre convertis par la suite en image via octave et les programmes
"file2matrix.m" et "imagesc.m"*/

void cartography(double a,int N,double eps,double gamma,double I,double
h,int nligne,int ncolonne)
{
register int i;
register int j;

double eps1,eps2;
double_vecteur champ;
vecteur VA,VB;

fp1=fopen("carte_Bx","w");
fp2=fopen("carte_Ax","w");
fp3=fopen("carte_By","w");
fp4=fopen("carte_Ay","w");
fp5=fopen("carte_Bz","w");
fp6=fopen("carte_Az","w");
fp7=fopen("module_magn","w");

eps1=(N*eps*2)/nligne;/*=> la hauteur de l image fait 2 fois la taille du
solenoid*/
eps2=0.15/ncolonne;/*=>a partir du bord du solenoide, on s eloigne jusqu
a 15 cm */

fprintf(fp1,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);
fprintf(fp2,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);
fprintf(fp3,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);
fprintf(fp4,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);
fprintf(fp5,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);
fprintf(fp6,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);
fprintf(fp7,"%d\t%d\n",nligne,ncolonne);

for(i=1;i<=ncolonne;i++)/*modification pour ne pas avoir les NaN qd r=a*/
{
printf("accomplie : %lg pourcent\n %", (double) (i-1)/ncolonne*100);
for(j=0;j<nligne;j++)
{
champ=solenoid(j*eps1- (N*eps), i*eps2+a, a, N, eps, gamma, I, h);
VA=champ.V1;
VB=champ.V2;
fprintf(fp1,"%lg\t",VB.x);
fprintf(fp2,"%lg\t",VA.x);
fprintf(fp3,"%lg\t",VB.y);
fprintf(fp4,"%lg\t",VA.y);
fprintf(fp5,"%lg\t",VB.z);
fprintf(fp6,"%lg\t",VA.z);
fprintf(fp7,"%lg\t",sqrt(pow(VB.x,2)+pow(VB.y,2)+pow(VB.z,2)));
}
}
}

```

```

    }
    fclose(fp1);
    fclose(fp2);
    fclose(fp3);
    fclose(fp4);
    fclose(fp5);
    fclose(fp6);
    fclose(fp7);
}

main()
{
    double h;
    double a,r,I,teta,gamma,l,d,eps,w;
    int N,nligne,ncolonne,choix;

    double_vecteur TE;
    vecteur VA,VB;
    double var;

    register int i;

    printf("\t\t Simulation d'un solenoide\n\n");
    printf("rayon =(en metre)?");
    scanf("%lg",&a);
    printf("courant =(en Ampere) ?");
    scanf("%lg",&I);
    printf("angle que font les spires avec le plan médian=(en radian) ?");
    scanf("%lg",&gamma);
    printf("pas d'integration pour les integrales = ?");
    scanf("%lg",&h);
    printf("nombre de spire = ?");
    scanf("%d",&N);
    printf("ecart entre chaque spire = ?");
    scanf("%lg",&eps);

    for (i=0;i<100000;i+*)/*boucle tant que l'utilisateur ne stoppe pas le
programme*/
    {
        printf("\n\n que voulez vous faire ?\n\n");
        printf("quitter\nchoix 0\n");
        printf("Calculer les champs pour une spire en un point\nchoix 1\n");
        printf("Calculer les champs pour le solenoide en un point\nchoix
2\n");
        printf("ecrire les graphes des champs pour une spire (sur le plan
median)\nchoix 3\n");
        printf("ecrire les graphes des champs pour le solenoide (sur le plan
median)\nchoix 4\n");
        printf("ecrire les graphes des champs pour le solenoide (sur l'axe du
solenoid)\nchoix 41\n");
        printf("ecrire les graphes des champs pour le solenoide (sur le plan
median; seulement en dehors du solenoide)\nchoix 42\n");
        printf("ecrire l image des champs\nchoix 5\n");
        printf("calculer la fem en sur une spire placee a l exterior du
solenoid\nchoix 6\n");
        printf("ecrire les graphes de la fem induite total et de fuite\nchoix
61\n");
        printf("tapez le numero de ce que vous voulez faire\n");
        scanf("%d",&choix);

        if (choix==41)

```

```

{
    fp1=fopen("Bteta_solenoid","w");
    fp2=fopen("Brho_solenoid","w");
    fp3=fopen("Bz_solenoid","w");
    fp4=fopen("Ateta_solenoid","w");
    fp5=fopen("Arho_solenoid","w");
    fp6=fopen("Az_solenoid","w");

    l=0.01;
    d=-0.8;
    while (d<=0.8)
        {
            TE=solenoid(d,l,a,N,eps,gamma,I,h);
            VB = TE.V2;
            VA=TE.V1;
            fprintf(fp1,"%lg\t%lg\n",d,VB.x);
            fprintf(fp2,"%lg\t%lg\n",d,VB.y);
            fprintf(fp3,"%lg\t%lg\n",d,VB.z);
            fprintf(fp4,"%lg\t%lg\n",d,VA.x);
            fprintf(fp5,"%lg\t%lg\n",d,VA.y);
            fprintf(fp6,"%lg\t%lg\n",d,VA.z);
            d+=0.01;
        }
    fclose(fp1);
    fclose(fp2);
    fclose(fp3);
    fclose(fp4);
    fclose(fp5);
    fclose(fp6);
}

else if (choix==3)
{
    fp1=fopen("Br_spire","w");
    fp2=fopen("Bteta_spire","w");
    fp3=fopen("Bphi_spire","w");
    fp4=fopen("Ar_spire","w");
    fp5=fopen("Ateta_spire","w");
    fp6=fopen("Aphi_spire","w");

    teta=M_PI/2;
    r=0.001;
    while(r<=0.15)
        {
            if((r<0.0401)&&(r>0.0399))
                r+=0.0005;
            else
                {
                    TE = champs_spire(a,r,teta,gamma,I,h);
                    VB = TE.V2;
                    VA=TE.V1;
                    fprintf(fp1,"%lg\t%lg\n",r,VB.x);
                    fprintf(fp2,"%lg\t%lg\n",r,VB.y);
                    fprintf(fp3,"%lg\t%lg\n",r,VB.z);
                    fprintf(fp4,"%lg\t%lg\n",r,VA.x);
                    fprintf(fp5,"%lg\t%lg\n",r,VA.y);
                    fprintf(fp6,"%lg\t%lg\n",r,VA.z);
                    r+=0.0005;
                }
        }
    printf("\nles graphes se trouvent dans les fichiers Bi_spire\n");
}

```

```

fclose(fp1);
fclose(fp2);
fclose(fp3);
fclose(fp4);
fclose(fp5);
fclose(fp6);
}

else if (choix==4)
{
fp1=fopen("Bteta_solenoid","w");
fp2=fopen("Brho_solenoid","w");
fp3=fopen("Bz_solenoid","w");
fp4=fopen("Ateta_solenoid","w");
fp5=fopen("Arho_solenoid","w");
fp6=fopen("Az_solenoid","w");

d=0;
l=0.001;

while(l<=0.15)
{
if ((l<0.0401)&&(l>0.0399))
l+=0.001;
else
{
TE=solenoid(d,l,a,N,eps,gamma,I,h);
VB = TE.V2;
VA=TE.V1;
fprintf(fp1,"%lg\t%lg\n",l,VB.x);
fprintf(fp2,"%lg\t%lg\n",l,VB.y);
fprintf(fp3,"%lg\t%lg\n",l,VB.z);
fprintf(fp4,"%lg\t%lg\n",l,VA.x);
fprintf(fp5,"%lg\t%lg\n",l,VA.y);
fprintf(fp6,"%lg\t%lg\n",l,VA.z);
l+=0.005;
}
}
printf("\n les graphes se trouvent dans les fichiers
Bi_solenoid\n");
fclose(fp1);
fclose(fp2);
fclose(fp3);
fclose(fp4);
fclose(fp5);
fclose(fp6);
}

else if (choix==42)
{
fp1=fopen("Bteta_solenoid_ext","w");
fp2=fopen("Brho_solenoid_ext","w");
fp3=fopen("Bz_solenoid_ext","w");
fp4=fopen("Ateta_solenoid_ext","w");
fp5=fopen("Arho_solenoid_ext","w");
fp6=fopen("Az_solenoid_ext","w");

d=0;
l=0.06;

while(l<=3)

```

```

        {
            TE=solenoid(d,l,a,N,eps,gamma,I,h);
            VB = TE.V2;
            VA=TE.V1;
            fprintf(fp1,"%lg\t%lg\n",l,VB.x);
            fprintf(fp2,"%lg\t%lg\n",l,VB.y);
            fprintf(fp3,"%lg\t%lg\n",l,VB.z);
            fprintf(fp4,"%lg\t%lg\n",l,VA.x);
            fprintf(fp5,"%lg\t%lg\n",l,VA.y);
            fprintf(fp6,"%lg\t%lg\n",l,VA.z);
            l+=0.005;
        }
        printf("\n les graphes se trouvent dans les fichiers
Bi_solenoid_ext\n");
        fclose(fp1);
        fclose(fp2);
        fclose(fp3);
        fclose(fp4);
        fclose(fp5);
        fclose(fp6);
    }

    else if (choix==2)
    {
        puts("calcul des champs pour le solenoid:");
        puts("quelle hauteur h?(milieu = 0):");
        scanf("%lg",&d);
        puts("");
        puts("quelle distance du centre?:");
        scanf("%lg",&l);
        puts("");
        TE=solenoid(d,l,a,N,eps,gamma,I,h);
        VB=TE.V2;
        VA=TE.V1;
        printf("gamma = %lgradians,%lg
degres\n\n",gamma,gamma*360/(2*M_PI));
        printf("Champ magnétique(en gauss)
:\nBrho=%lg\tBteta=%lg\tBz=%lg\n\n",VB.y*1e4,VB.x*1e4,VB.z*1e4);
        printf("Potentiel vecteur
:\nArho=%lg\tAteta=%lg\tAz=%lg\n\n",VA.y,VA.x,VA.z);
    }

    else if (choix==1)
    {
        puts("calcul du champ pour une spire:");
        puts("teta?:");
        scanf("%lg",&teta);
        puts("");
        puts("r?:");
        scanf("%lg",&r);
        puts("");
        TE=champs_spire(a,r,teta,gamma,I,h);
        VB=TE.V2;
        VA=TE.V1;
        printf("gamma = %lgradians,%lg
degres\n\n",gamma,gamma*360/(2*M_PI));
        printf("Champ magnétique(en gauss)
:\nBr=%lg\tBteta=%lg\tBphi=%lg\n\n",VB.y*1e4,VB.x*1e4,VB.z*1e4);
        printf("Potentiel vecteur
:\nAr=%lg\tAteta=%lg\tAphi=%lg\n\n",VA.y,VA.x,VA.z);
    }
}

```



```

else if(choix==5)
{
    printf("\nQuelle definition pour l image?\n");
    puts("nombre de lignes :");
    scanf("%d",&nligne);
    puts("nombre de collonnes");
    scanf("%d",&ncolonne);
    cartography(a,N,eps,gamma,I,h,nligne,ncolonne);
}

else if(choix==6)
{
    printf("A quelle hauteur se trouve la spire ? (milieu 0)\n");
    scanf("%lg",&d);
    printf("Quel est le rayon de la spire ?\n");
    scanf("%lg",&l);
    printf("Quelle frequence ?\n");
    scanf("%lg",&w);
    TE=solenoid(d,l,a,N,eps,gamma,I,h);
    VA=TE.V1;
    var = 4*M_PI*1e-7*(N/(eps*N))*I*pow(a,2)/(2*l);
    printf("Afuite(%lg cm) = %lg en tesla-metre\n",l*100,var-VA.x);
    printf("Efuite(%lg cm) =%lg en volt-metre\n",l*100,(var-
VA.x)*2*M_PI*w);
    printf("efuite(%lg cm) = %lgen volt\n",l*100,(var-
VA.x)*2*M_PI*w*2*M_PI*l);
    puts("");
    printf("Atotal(%lg cm)=%lg en tesla-metre\n",l*100,VA.x);
    printf("Etotal(%lg cm) = %lg en volt metre\n",l*100,VA.x*w*2*M_PI);
    printf("etotal(%lg cm) = %lgen
volt\n",l*100,VA.x*w*2*M_PI*2*M_PI*l);
    puts("");
}

else if(choix==61)
{
    fp1=fopen("fem_fuite","w");
    fp2=fopen("fem_tot","w");
    printf("A quelle hauteur se trouve les spires ? (milieu 0)\n");
    scanf("%lg",&d);
    printf("Quelle frequence ?\n");
    scanf("%lg",&w);
    l=0.05;
    while(l<5)
    {
        TE=solenoid(d,l,a,N,eps,gamma,I,h);
        VA=TE.V1;
        var = 4*M_PI*1e-7*(N/(eps*N))*I*pow(a,2)/(2*l);
        fprintf(fp1,"%lg\t%lg\n",l,(VA.x-var)*w*2*M_PI*2*M_PI*l);
        fprintf(fp2,"%lg\t%lg\n",l,VA.x*w*2*M_PI*2*M_PI*l);
        l+=0.05;
    }
    printf("les graphes ont ete ecrit dans fem_fuite et fem_tot");
}

else
exit(0);
}
}

```