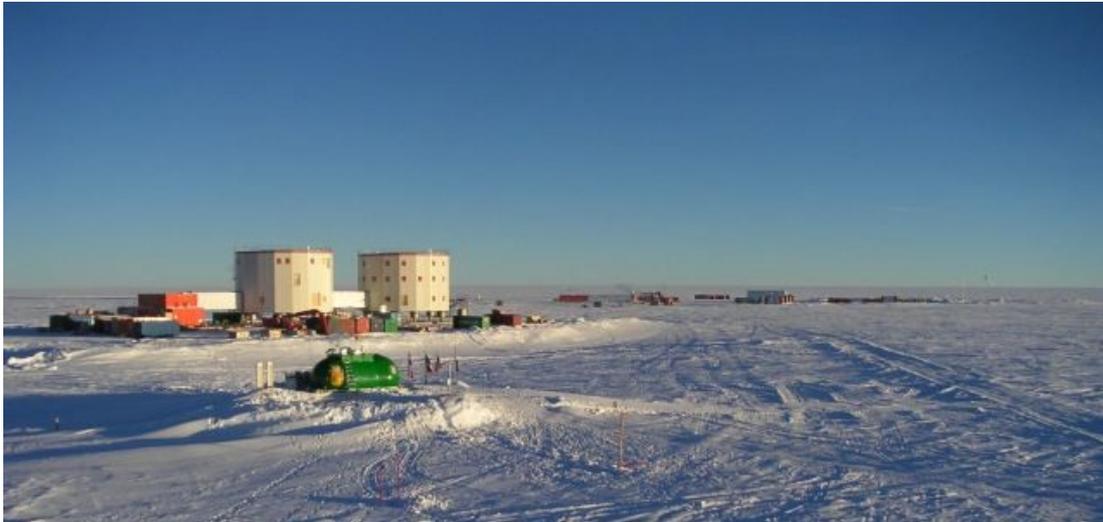


Gueniffey Jérôme
Chapteuil Eric

Exploitation des observations menées en 2008 avec un sky Brightness monitor au Dôme C



La diffusion

Introduction

I. La diffusion de Rayleigh

- a) Définition et domaine d'application
- b) Diffusion par des diffuseurs polarisants
- c) Diffusion par des diffuseurs isotropes
- d) Illustration de la diffusion de Rayleigh

II. La diffusion de MIE

- a) équation de maxwell
- b) solution de mie
- c) condition au bord
- d) intensité du champ diffusé
- e) confrontation des théories

Conclusion

Introduction

Dans le cadre de notre projet tutoré, nous avons exploité des données provenant de la base Concordia sur le continent antarctique. Ces mesures ont été faites avec un petit coronographe solaire à occultation externe, le SBM (Sky Brightness Monitor).

Cet instrument a pour but de déterminer la pureté du ciel pour, à plus long terme, y implanter des appareils plus sophistiqués, plus pointus (mais aussi plus chers) qui ont besoin de conditions optimales pour une efficacité accrue.

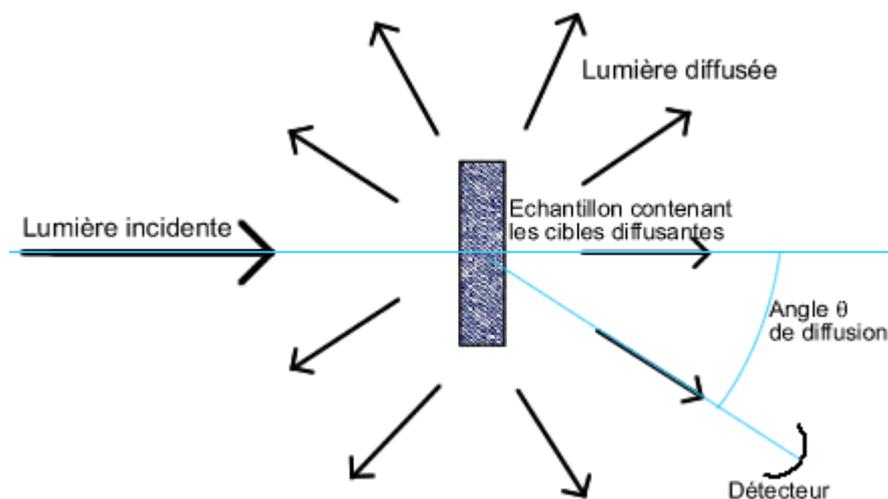
Tout au long de ce stage, nous avons étudié les différents clichés mis à notre disposition pour en extraire les informations utiles.

Et nous nous sommes posé la question de savoir comment il était possible de remonter à la qualité du ciel en mesurant une intensité sur des photos.

Après avoir fait des recherches à ce sujet, il nous est apparu que le mécanisme physique essentiel responsable de la brillance du ciel était la diffusion.

Nous développerons plus particulièrement ce point et nous verrons comment nous pouvons remonter à la pureté du ciel grâce à la brillance de celui-ci.

La source émet un rayonnement dans toutes les directions. Ces rayons sont absorbés par des particules appelées diffuseurs puis réémit.



Ici nous allons expliciter ces mécanismes ainsi que les domaines d'application des théories de la diffusion.

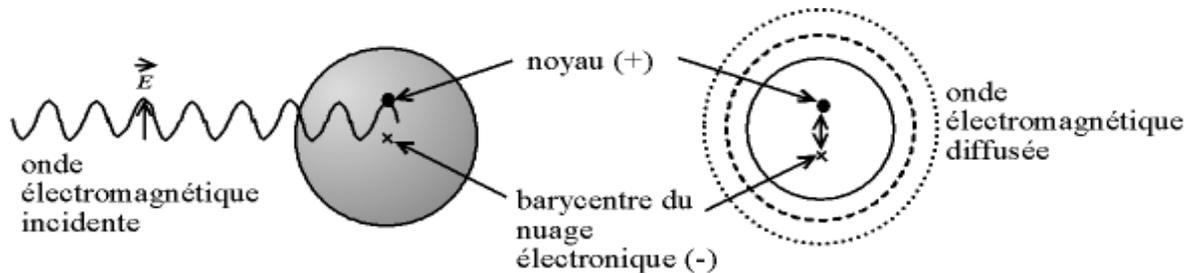
Dans un premier temps nous nous occuperons de molécules diffusantes de diamètre très petit par rapport à la longueur d'onde de la lumière visible.

I) La diffusion de Rayleigh

La diffusion de Rayleigh est un phénomène prépondérant dans l'atmosphère car les molécules contenues dans celles-ci sont de très petites tailles (O₂, O₃, N₂, CO₂,...).

a) définition et domaine d'application

La lumière est une onde électromagnétique qui entre en collision avec une particule quelconque qui la diffuse.



Dans un premier temps, on pourrait se demander en quoi la taille de la particule influence sur le type de la diffusion que l'on va mettre en œuvre.

Si on prend une particule très petite par rapport à la longueur d'onde, on va pouvoir simplifier le problème.

Pour cela on introduit le moment dipolaire p .

$$p = \alpha E$$

Le fait que la molécule soit de taille négligeable, E peut être pris comme un champ (vectoriel) constant dans le temps.

Chaque particule possède des constantes intrinsèques qui vont dépendre de leur forme, de leur nature et de leur taille.

Ici on va s'intéresser à un de ces paramètres : α , la polarisabilité de la particule.

Alpha peut être tensoriel ou scalaire.

Si alpha est un tenseur, nous nous retrouvons dans le cas d'un diffuseur polarisant, si alpha est un scalaire, la polarisabilité est isotrope.

Nous allons donc voir le premier cas.

b) la diffusion par un diffuseur polarisant

On va prendre le cas d'alpha tensoriel.

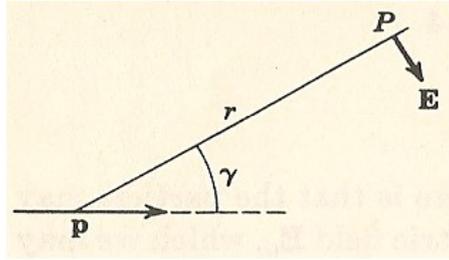
$$E_0 = E_1 n_1 + E_2 n_2 + E_3 n_3$$

Avec n_1, n_2, n_3 des vecteurs perpendiculaires entre eux, correspondant au direction des projection de E_0 .

En passant au moment dipolaire, on obtient :

$$p = \alpha_1 E_1 n_1 + \alpha_2 E_2 n_2 + \alpha_3 E_3 n_3$$

Prenons un point P quelconque à une distance $r \gg \lambda$ et faisant un angle γ avec p.



Le champ électrique de diffusion obtenu est :

$$E_p = \frac{k^2 p \sin(\gamma)}{r} e^{-ikr}$$

Avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

On cherche à déterminer l'intensité de l'onde diffusée par rapport à celle de l'onde incidente. Pour cela, on prend le vecteur de Pointing P :

$$\vec{P} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

avec μ_0 , la perméabilité magnétique.

On prend le flux de ce vecteur à travers une surface circulaire et on obtient l'intensité I

$$I = \frac{c k^4 p^2 \sin^2 \gamma}{8\pi r^2}$$

Maintenant on choisit une surface sphérique qui a pour centre le diffuseur afin d'obtenir l'énergie totale diffusée par unité de temps:

$$W = \frac{1}{3} k^4 c |p|^2$$

On va voir le cas où α est un scalaire.

c) diffusion par des diffuseurs isotropes

On a un cas plus simplifié.

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha.$$

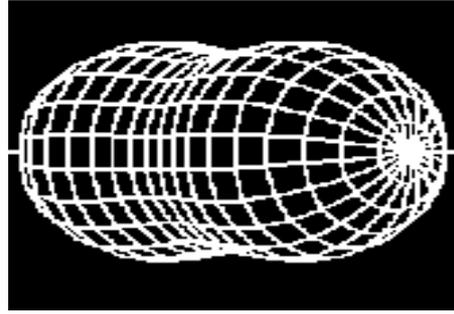
C'est-à-dire que le vecteur polarisation est toujours dans le sens et la direction du champ électrique E_0 .

On obtient donc une intensité plus simple car le paramètre γ (l'angle de projection) n'intervient plus dans le calcul.

$$I = \frac{(1 + \cos^2(\theta)) k^4 |\alpha|^2}{2 r^2} * I_0$$

Avec θ , l'angle que fait le détecteur avec la ligne de visé.

d) illustration de la diffusion de Rayleigh



Le dessin représente la topologie de la diffusion de Rayleigh dans l'espace par une particule simple. C'est une indicatrice de diffusion.

II) La diffusion de MIE

Tous les problèmes théoriques d'optique ondulatoire sont expliqués par la théorie de Maxwell et, ici, le problème qui se pose ne peut pas être traité d'une autre manière.

Dans la partie précédente, on a pu simplifier très facilement les solutions mais dans ce cas, on doit utiliser les équations de Maxwell.

a) Équations de Maxwell

Tout l'électromagnétisme est réglé par 4 équations

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \wedge \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Pour la résolution de notre problème, on va utiliser les relations (3) et (4) écrient sous une autre forme :

$$\nabla \wedge \vec{B} = \frac{4\pi I}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
$$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

b) équation d'onde pour la diffusion de MIE

Pour trouver des solutions à ce phénomène on part de l'équation de d'Alembert :

$$\Delta \psi + k^2 m^2 \psi = 0$$

Avec m l'indice de réfraction de la particule

Et des solutions de la forme suivante sont trouvées :

$$\psi_{\text{in}} = \begin{cases} \cos l \phi \\ \sin l \phi \end{cases} P_n^l(\cos \theta) z_n(mkr)$$

P_n^l Un polynôme de Legendre

$$P_n(x) = \frac{(x-1)^n}{2^n} \sum_{k=0}^{k=n} (-1)^k \binom{n}{k}^2 \frac{x+1}{x-1}$$

Et z_n une fonction de Bessel aussi notée Y_n^l (les particules étudiées sont sphériques).

$$z_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2^{2p} p!(n+p)!} x^{2p}$$

Cette équation peut être résolue plus simplement.

Si ψ satisfait une équation d'onde scalaire, il existe M_ψ et N_ψ tels que

$$M_\psi = \nabla \wedge r \Psi$$

$$N_\psi = \nabla \wedge M_\psi$$

Qui satisfont l'équation d'onde et aussi

$$m k M_\psi = \nabla \wedge N_\psi$$

Si v et w sont deux solutions de l'équation scalaire, M_v et M_w et N_v et N_w les dérivées des vecteurs champs alors E et B s'écrivent :

$$E = M_w + i * N_v$$

$$B = m * (-M_v + i * N_w)$$

On choisit de traiter le cas d'une lumière linéairement polarisée pour simplifier le problème.

On prend alors des v et w appropriés. Pour avoir une solution la plus complète possible, il faut que les champs soient la somme du champ incident et du champ réfracté.

Incident :

$$v = e^{i\omega t} * \cos \varphi \sum_1^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^l * \cos \theta * j_n(kr)$$

$$w = e^{i\omega t} * \sin \varphi \sum_1^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^l * \cos \theta * j_n(kr)$$

Réfracté :

$$w = e^{i\omega t} * \cos \varphi \sum_1^{\infty} -a_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^l * \cos \theta * h_n^{(2)}(kr)$$

$$w = e^{i\omega t} * \sin \varphi \sum_1^{\infty} -b_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^l * \cos \theta * h_n^{(2)}(kr)$$

Avec $h_n^{(2)}(kr) \sim \frac{i^{n+1}}{kr} e^{-ikr}$

c) condition au bord

Pour résoudre le problème, il faut fixer des conditions limites pour éliminer les comportements non physiques.

Ici, on considère des sphères avec des constantes intrinsèques (la constante diélectrique ϵ , la conductivité σ , m) finies.

Les conditions limites vont apparaître sur les composantes tangentielles.

$$n \wedge (B_2 - B_1) = 0$$

$$n \wedge (E_2 - E_1) = 0$$

Pour résoudre ce problème, on introduit des nouvelles fonctions : les fonctions de Riccati – Bessel, $S_n(z), C_n(z), \xi_n(z)$.

$$S_n(z) = \left(\frac{\pi * z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} * J_{n+\frac{1}{2}}$$

$$C_n(z) = \left(\frac{\pi * z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} * Y_{n+\frac{1}{2}}$$

$$\xi_n(z) = \left(\frac{\pi * z}{2}\right)^{\frac{1}{2}} * H_{n+\frac{1}{2}}$$

Les conditions limites peuvent alors être écrites d'une autre façon :

$$S_n(x) - a_n \xi_n(x) = m c_n S_n(y)$$

$$S_n'(x) - a_n \xi_n'(x) = c_n S_n'(y)$$

$$S_n(x) - b_n \xi_n(x) = d_n S_n(y)$$

$$S_n'(x) - a_n \xi_n'(x) = m c_n S_n'(y)$$

Avec $x = \frac{2\pi a}{\lambda}$ et $y = m k a$

On obtient alors pour les coefficients a_n et b_n les expressions suivantes

$$a_n = \frac{S_n'(y) S_n(x) - m S_n(y) S_n'(x)}{S_n'(y) \xi_n(x) - m S_n(y) \xi_n'(x)}$$

$$b_n = \frac{m S_n'(y) S_n(x) - S_n(y) S_n'(x)}{m S_n'(y) \xi_n(x) - S_n(y) \xi_n'(x)}$$

d) intensité du champ diffusé

Toute la théorie expliquée ci avant est assez compliquée.

En fait ce qui est intéressant pour nous, c'est d'arriver à déterminer la part de brillance du ciel due à la diffusion de MIE.

On va poser :

$$\Pi_n(\cos \theta) = \frac{1}{\sin \theta} P_n^1(\cos \theta)$$

$$T_n(\cos \theta) = \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos \theta)$$

Avec ces notations on trouve que :

$$E_\theta = -\frac{i}{kr} e^{-i(kr - \omega t)} \cos \varphi S_2(\theta)$$

$$E_\varphi = -\frac{i}{kr} e^{-i(kr - \omega t)} \sin \varphi S_1(\theta)$$

$$\text{Avec } S_1(\theta) = \sum_1^\infty \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \Pi_n(\cos \theta) + b_n T_n(\cos \theta)]$$

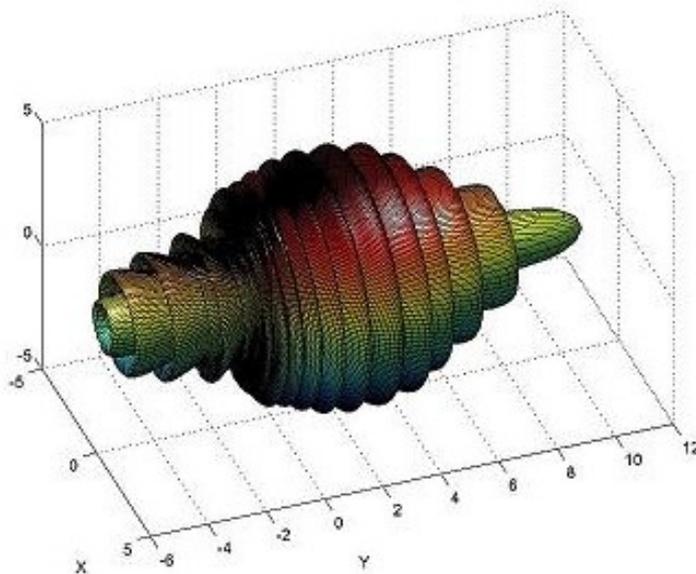
$$\text{Et } S_2(\theta) = \sum_1^\infty \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \Pi_n(\cos \theta) + a_n T_n(\cos \theta)]$$

Pour finir on a :

$$i_l = |S(\theta_l)|^2 \text{ avec } l=1, 2$$

Ce qui nous donne à la fin une formule un peu plus simple de l'intensité en un point P

$$I_p = I_0 \frac{(i_1 + i_2)}{2k^2 r^2}$$

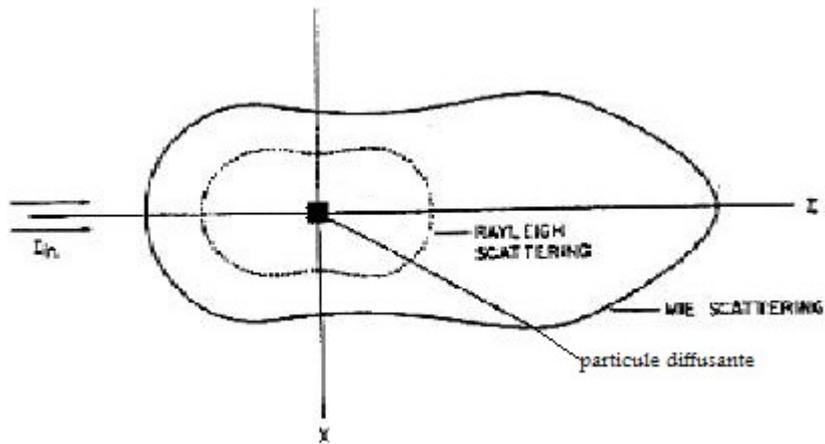


Cette image est aussi une indicatrice de diffusion dans le cas de la diffusion de Mie.

e) confrontation des théories

Maintenant que l'on a un peu expliqué ces deux théories, on pourrait se demander plus simplement quelle est la signification de l'intensité énoncée pour les deux types de diffusion.

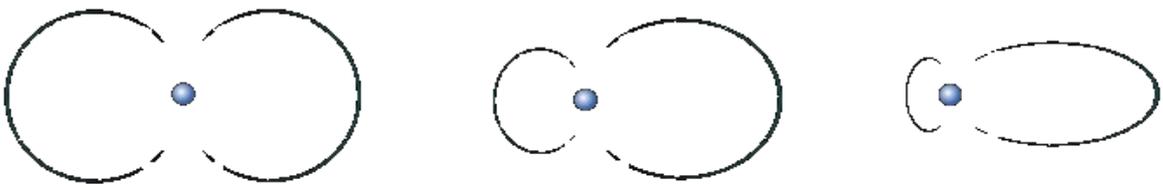
Dans un premier temps, on va superposer les deux diagrammes des intensités :



Ici on voit bien la différence entre les deux diffusions, qui sont soit plus homogènes et isotropes (Rayleigh) soit plus étendues dans le sens de propagation de la lumière.

Une autre question pourrait être judicieuse. Quelle est la limite entre les deux diffusions? Existe-t-il une taille critique qui fait passer de la diffusion de Rayleigh à la diffusion de Mie ?

Un schéma nous explique un peu cette transition



De gauche à droite : particule très petite par rapport à la longueur d'onde, de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, grande par rapport à la longueur d'onde.

On voit l'évolution de la répartition en fonction de la taille de la particule.

Donc ici clairement, il n'y a pas de discontinuité entre les deux théories.

En fait les deux théories se rejoignent car la diffusion de Rayleigh est un cas particulier de la diffusion de Mie en utilisant les simplifications des petites particules par rapport à la longueur d'onde.

Conclusion

Bien que la diffusion soit un phénomène complexe à étudier, on peut réussir à tirer de la théorie des informations utilisables. Dans ce dossier, nous avons essayé de traiter le problème de manière complète, en gardant des hypothèses simples comme celle que les particules soient sphériques.

Tous au long de notre étude sur la diffusion, notre principal but a été d'expliquer les différents termes des équations, de donner des formules utilisables dans le cadre de notre projet tel que l'intensité en fonction de la direction d'observation mais aussi, de trouver des paramètres faciles à faire varier.

On a mis en évidence comment on pouvait exploiter les clichés mis à notre disposition.

Ce point de physique pourrait nous permettre de remonter, grâce à des mesures d'intensité, à la pureté du ciel, en sachant que les particules de poussière et d'aérosol sont de taille plus grandes que les molécules atmosphériques. La présence de ces particules accroît la brillance du ciel et leur diffusion est plus directive et varie peu avec la longueur d'onde (Mie), contrairement à la diffusion de Rayleigh.

Mais cependant, il existe d'autres phénomènes qui interviennent dans la brillance du ciel comme l'absorption de la lumière par les aérosols présents dans l'atmosphère ce que nous n'avons pas pris en compte ici.

L'étude que l'on a faite est bien étroitement liée à la problématique de notre projet.

Bibliographie

Dans les livres:

H.C Van de Hulst « Light Scattering by Small Particules »

H.C Van de Hulst « Multiple Light Scattering »

A. Ishimaru « Wave Propagation and Scattering in Random Media »

Dans des publications:

M Van der Mark thèse soutenu à Amsterdam en Juin 1990

Autre :

Wikipédia