

BORSALINO Dimitri  
POULICHET Vincent  
TAHIROVIC Elvedin

Projet tutoré: Atomes Froids



---

# LA FORCE DIPOLAIRE: COMPREHENSION ET MODELISATION

# SOMMAIRE

**INTRODUCTION:.....3**

**I PRINCIPES GENERAUX.....4**

I.1 Polarisation d'un atome.....4

I.2 Potentiel dipolaire et force dipolaire.....4

I.3 Cas particulier de potentiel dipolaire: profil gaussien.....5

I.4 Le piège dipolaire désaccordé dans le bleu.....8

I.4 Les fluctuations de la force dipolaire.....11

**II LA FORCE DIPOLAIRE DANS LE CADRE DE L'EXPERIENCE.....12**

II.1 La géométrie du problème.....12

II.2 Approximation de la force moyenne.....13

II.3 La numérisation du problème.....13

**CONCLUSION.....16**

**BIBLIOGRAPHIE.....17**

## INTRODUCTION

A l'Institut Non Linéaire de Nice est mise en place une manipulation d'atomes froids. Le but final de cette manipulation est d'observer expérimentalement la théorie de la localisation d'Anderson de la lumière. Évoquée dans les années 50 par Philip Warren Anderson, elle consiste, dans le cas de lumière, à localiser des photons dans un milieu désordonné.

Le milieu désordonné considéré ici est un gaz d'atomes froids. La localisation nécessite l'annulation du coefficient de diffusion de la lumière dans le milieu. Pour cela, il faut amener le gaz d'atomes à des densités très élevées (de l'ordre de  $10^{14} \text{ atomes.m}^{-3}$ ). Pour ce faire, il est nécessaire de comprimer les atomes. Après refroidissement, ceux-ci sont confinés dans un piège magnéto-optique. Le MOT, comme son nom l'indique, interagit avec les atomes au travers de forces magnétiques et de forces provenant de rayons lumineux, toutes deux responsables du piégeage des atomes. Ces forces sont la pression de radiation et la force dipolaire.

Expérimentalement, il n'est possible de garder les atomes à de telles densités que pendant un temps très court. On observe par l'expérience que cela est dû à une augmentation de l'énergie des atomes, autrement dit, un « chauffage ». Le MOT n'est alors plus capable de retenir les atomes et ces derniers quittent le piège. Les fluctuations temporelles de la force dipolaire pourrait être une cause de ce gain d'énergie. Le but de notre étude est de déterminer si ces fluctuations sont responsables de cet échauffement.

## I PRINCIPES GENERAUX

### I.1 Polarisation d'un atome

Soit un atome dans le vide, dont on approxime le comportement par celui d'un dipôle sous l'action d'un champ. On lui applique un champ électrique  $\vec{E}$  : les charges positives et négatives contenues dans cet atome, initialement réparties uniformément (cf. FIG. I.1), vont subir une force  $\vec{f} = q\vec{E}$ . Alors on comprend bien que les charges positives subissent une force dans le sens du champ, et les charges négatives dans le sens inverse du champ. Ainsi, au sein de l'atome, les charges + et - forment deux « groupes » : les charges + d'un côté de l'atome, les charges - de l'autre, l'atome est alors *polarisé* : on peut y distinguer un pôle '+' et un pôle '-' (cf. FIG.I.2). A cet atome polarisé, on peut maintenant associer un moment dipolaire :

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha \vec{E} \quad (1)$$

$\epsilon_0$  La permittivité diélectrique du vide  
 $\alpha$  La polarisabilité de l'atome

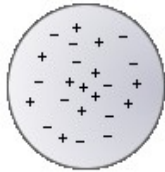


FIG. I.1 - Atome non polarisé

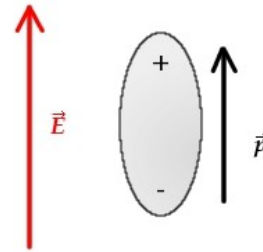


FIG. I.2 - Atome polarisé sous l'action d'un champ électrique

### I.2 Potentiel dipolaire et force dipolaire

La présence du champ électrique et du moment dipolaire implique l'existence d'une énergie potentielle donnée par

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (2)$$

Sachant (1), on peut réécrire (2) comme suit

$$U = -\epsilon_0 \alpha |\vec{E}|^2 \quad (3)$$

Ainsi, si on connaît l'expression analytique de  $\vec{E}$ , on peut facilement écrire la distribution spatiale  $U(x, y, z)$  de l'énergie potentielle dipolaire.

Récapitulons :

- Nous avons un atome libre, dans le vide, que l'on modélise classiquement.
- On applique un champ électrique  $\vec{E}(x, y, z)$ .

- L'atome, dont le comportement est semblable à celui d'un dipôle électrique, « voit » alors un potentiel dipolaire de distribution spatiale  $U(x, y, z) = -\epsilon_0 \alpha |\vec{E}(x, y, z)|^2$ .

On peut alors en déduire la **force dipolaire** subie par le dipôle, qui dérive de ce potentiel :

$$\vec{F}_{dip} = -\vec{\nabla} U \quad (4)$$

### I.3 Cas particulier de potentiel dipolaire: profil gaussien

#### I.3.1 Définition du potentiel.

Supposons maintenant que le champ électrique considéré provienne d'une onde électromagnétique, plus précisément d'une source lumineuse, qui délivre une intensité  $I$ . Typiquement, cette source peut être un faisceau laser. Dans ce cas, on montre que l'intensité est proportionnelle au carré du module du champ électrique.

$$I \propto |\vec{E}|^2 \quad (6)$$

Si l'on peut écrire la distribution spatiale d'intensité (ce qui est le cas dans l'étude que nous avons réalisée), en récrivant  $U(x, y, z)$ , on obtient finalement que la force dipolaire est proportionnelle au gradient de l'intensité.

$$U(x, y, z) = \frac{U_0}{I_0} I(x, y, z) \quad (7)$$

$$\vec{F}_{dip} = -\frac{U_0}{I_0} \vec{\nabla} I \quad (8)$$

Pour illustrer cet échantillon de théorie, on se place à une dimension et on prend l'exemple d'une distribution gaussienne d'intensité.

$$I(x) = I_0 e^{-\frac{2(x-x_0)^2}{w^2}} \quad (9)$$

On peut alors écrire le potentiel dipolaire, et tracer son graphe.

$$U(x) = U_0 e^{-\frac{2(x-x_0)^2}{w^2}} \quad (10)$$

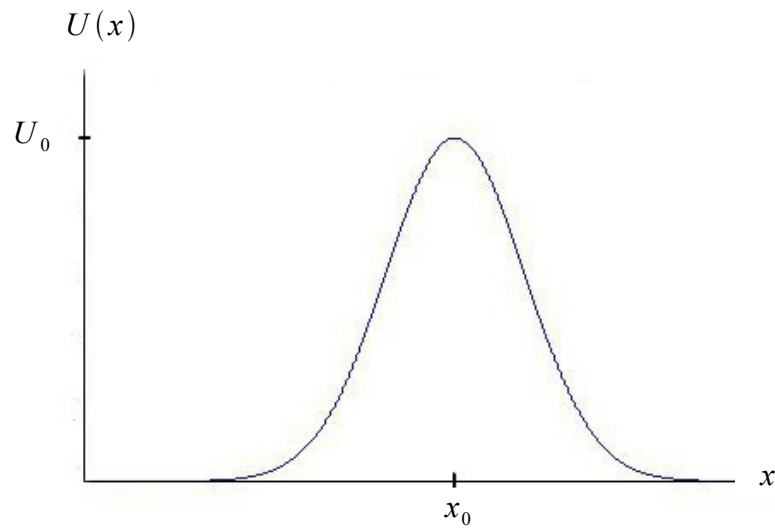


FIG. 1.3 – Potentiel dipolaire gaussien

1.3.1 Force dipolaire induite.

On peut alors facilement écrire la force  $\vec{F}_{dip}$  subie par l'atome en fonction de sa position  $x$ .

$$F_{dip}(x) = \frac{4U_0}{w^2}(x-x_0)e^{-\frac{2(x-x_0)^2}{w^2}} \tag{9}$$

Pour comprendre l'effet de cette force sur l'atome, on trace son graphe en fonction de  $x$ .

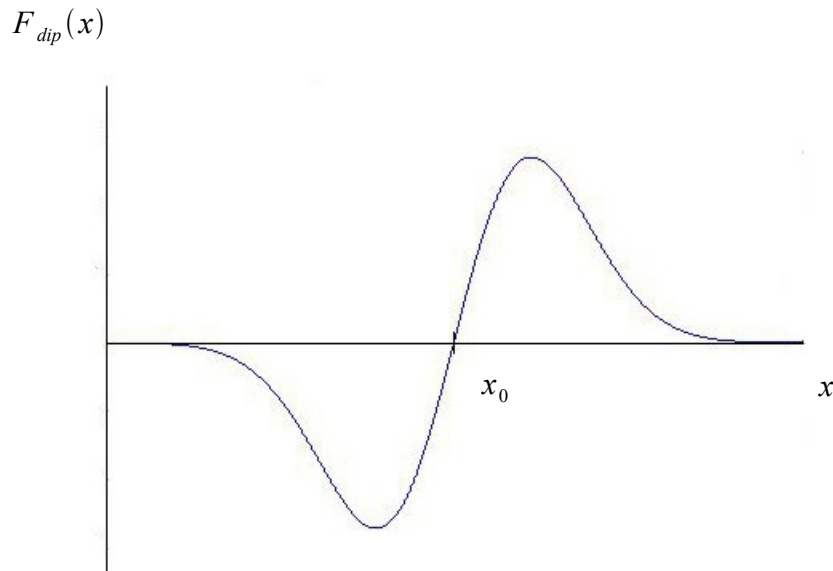


FIG. 1.4 - Profil de la force dipolaire

On voit, sur le graphe ci-dessus, que lorsque l'atome s'approche de  $x_0$ , il subit une force négative, qui devient de plus en plus intense en s'approchant du maximum du potentiel. Ainsi, cette force tend à «renvoyer» l'atome en sens inverse. Pour que l'atome soit effectivement repoussé par la barrière de potentiel, son énergie cinétique doit être inférieure à la valeur maximale du potentiel. On peut facilement avoir une intuition de cette condition; en effet, si l'atome arrive trop vite, la barrière de potentiel n'est pas assez «haute» pour retenir l'atome. Convainquons nous en par la théorie.

Puisque l'atome a été considéré comme un système classique, les règles de la mécanique classique peuvent lui être appliquées. On veut vérifier qu'il est nécessaire d'avoir  $E_c < U_0$  pour que l'atome soit renvoyé en sens inverse.

### 1.3.3 Interaction avec le mur de potentiel. Énergie cinétique maximale.

L'atome part d'une position initiale  $x_i$ , avec une énergie cinétique  $E_{c,i}$ , et se déplace vers le mur de potentiel jusqu'à une position  $x_f$ . Ecrivons la variation d'énergie cinétique subie par l'atome :

$$\Delta E_c = \int_{x_i}^{x_f} F_{dip}(x) dx \quad (10)$$

On connaît l'expression de  $F_{dip}(x)$ , dont on peut trouver une primitive, on récrit alors la variation d'énergie cinétique:

$$\Delta E_c = -U_0 \left[ \exp\left(-2 \frac{(x_f - x_0)^2}{w^2}\right) - \exp\left(-2 \frac{(x_i - x_0)^2}{w^2}\right) \right] \quad (11)$$

On choisit le point de départ de l'atome  $x_i$  tel que  $|x_i - x_0| \gg w$  (cette approximation n'est pas abusive par rapport à l'expérience), ainsi, on a  $\exp\left(-2 \frac{(x_i - x_0)^2}{w^2}\right) \simeq 0$ , d'où la nouvelle expression :

$$\Delta E_c = -U_0 \exp\left(-2 \frac{(x_f - x_0)^2}{w^2}\right) \quad (12)$$

Pour repousser l'atome, la barrière doit être suffisamment «haute» pour annuler la vitesse de l'atome, puis lui communiquer une vitesse en sens opposé. La barrière doit donc être d'abord capable d'annuler l'énergie cinétique de l'atome. Autrement dit, l'atome doit se déplacer jusqu'à une position maximale  $x_f < x_0$  (sinon il dépasserait le maximum du potentiel, et, au-delà de ce maximum, le gradient du potentiel est négatif, l'atome subirait une force positive, qui tendrait à éloigner l'atome, et ce n'est pas ce que nous voulons). Cette position atteinte, l'énergie cinétique de l'atome doit être nulle (juste avant que l'atome soit repoussé), c'est-à-dire qu'il faut :

$$E_{c,i} + \Delta E_c = 0 \quad (13)$$

Maintenant, regardons l'équation (12) : le minimum de  $\Delta E_c$  est atteint pour  $x_f = x_0$  et est

$$(\Delta E_c)_{min} = -U_0 \tag{14}$$

Donc, pour satisfaire l'équation (13), il faut que l'énergie cinétique initiale  $E_{c,i}$  de l'atome soit inférieure ou égale à  $U_0$ . La condition  $E_{c,i} < U_0$  intuitée précédemment est maintenant prouvée.

### 1.3.1 Conclusion

Finalement, en utilisant cette approche «classique», nous comprenons que, au voisinage d'une source lumineuse telle qu'un faisceau laser, un atome subit une force répulsive : la **force dipolaire**. Nous comprenons donc qu'il est possible de piéger des atomes en «entourant» ces derniers d'un faisceau laser.

En utilisant ce formalisme, nous sommes maintenant capable d'écrire les équations du mouvement des atomes dans un piège dipolaire, et ainsi de décrire leur dynamique.

## 1.4 Le piège dipolaire désaccordé dans le bleu

Le piège dipolaire est en fait constitué d'un faisceau laser tournant rapidement qui piège les atomes dans un volume sombre, comme le montre la figure

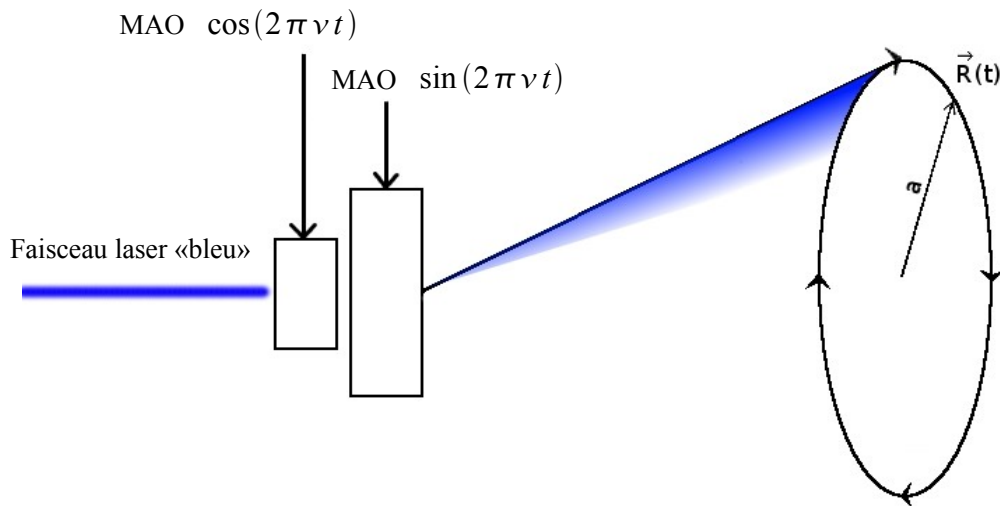


FIG. 1.5 - Modulateurs acousto-optiques.

Les MAOs dévient le faisceau laser, et le mettent en rotation avec la fréquence  $\nu = 100 \text{ KHz}$ , décrivant un cercle de rayon  $a = 450 \mu m$ .



La théorie nous donne l'expression du potentiel considéré dans cette expérience:

$$U_{dip}(r) = \frac{\hbar \delta}{2} \ln(1 + s(r)) \quad (15)$$

Ici,  $s(r)$  est le paramètre de saturation, tel qu'il est défini en mécanique quantique. Après certaines approximations ([3] : 18) et en prenant en compte qu'il s'agit d'une onde plane, il vient:

$$s(r) = \frac{1}{1 + 4 \frac{\delta^2}{\Gamma^2} \frac{I(r)}{I_{sat}}} \quad (16)$$

où  $I(r)$  est le profil radial d'intensité. En 2D, il est donné par:

$$I(x, y) = \frac{2P}{\pi w^2} \exp\left(-2 \frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \quad (17)$$

La grandeur qui joue un rôle important est  $w$ , la largeur à mi-hauteur du profil d'intensité du faisceau laser. Comme celui-ci tourne, il faut prendre en compte le fait que l'intensité dépend de sa position et de sa fréquence angulaire:

$$\begin{cases} x_0 = a \cos(2\pi \nu t) \\ y_0 = a \sin(2\pi \nu t) \end{cases} \quad (18)$$

La fréquence  $\nu$  doit être assez grande. Lorsque le faisceau fait un tour, l'atome ne doit pas se déplacer significativement. Sinon, il est susceptible de parcourir une distance supérieure au waist du laser. En d'autres termes, il peut s'échapper du piège.

Ainsi, l'expression du profil d'intensité devient:

$$I(x, y) = \frac{2P}{\pi w^2} \exp\left(-2 \frac{(x - x_0(t))^2 + (y - y_0(t))^2}{w^2}\right) \quad (19)$$

Pour le visualiser, on peut maintenant représenter le profil d'intensité dépendant du temps dans le cas à 2D.

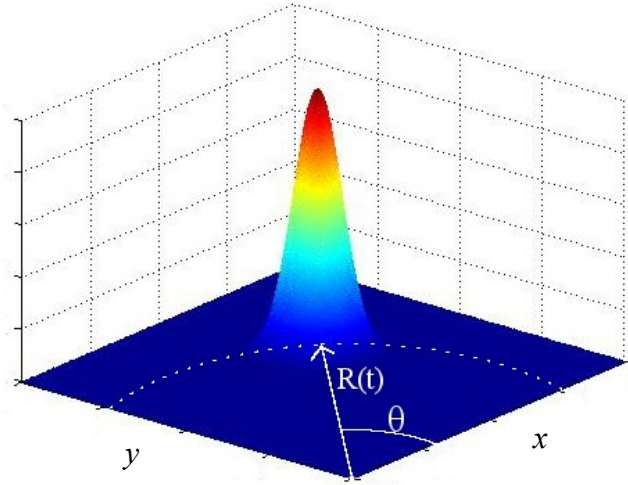


FIG. I.6 – Profil d'intensité dépendant du temps

L'intensité est délivrée par le faisceau laser en une position repérée par

$$R(t) = a \cos(\theta(t))\hat{x} + a \sin(\theta(t))\hat{y}$$

Avec

$$\theta(t) = 2\pi \nu t$$

Les atomes évoluent sur le plan (xOy) et subissent une force dépendante du temps.

Dans les équations précédentes, différents paramètres physiques interviennent : dans l'équation (16) le désaccord  $\delta$ , la largeur naturelle  $\Gamma$  et l'intensité de saturation  $I_{sat}$ . Dans l'équation (17), la puissance du laser  $P$ . Le désaccord  $\delta$  est la différence entre la fréquence de l'onde électromagnétique incidente  $\omega$  (le laser) et la fréquence atomique  $\omega_0$ :  $\delta = \omega - \omega_0$ . La fréquence atomique est définie par la différence entre les énergies des niveaux atomiques impliqués dans les processus d'absorption et d'émission:

$$\omega_0 = \frac{E_e - E_f}{\hbar} .$$

La largeur naturelle  $\Gamma$  est l'inverse de temps de vie de l'état excité.

Pour un désaccord grand devant la largeur naturelle, et pour une lumière non saturante ( $s \ll 1$ ), il est possible de simplifier l'expression du potentiel dipolaire donné par l'expression (15).

En écrivant le développement limité du logarithme pour  $s \ll 1$

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \dots \tag{20}$$

La simplification du potentiel au premier ordre donne:

$$U_{dip}(r) = \frac{\hbar \Gamma^2}{8\delta} \frac{I(r)}{I_{sat}} \tag{21}$$

On obtient la force la force radiale comme dérivée du potentiel :

$$F_{dip}(r) = -\frac{\hbar \Gamma^2}{8\delta} \frac{\nabla I(r)}{I_{sat}} \tag{22}$$

## I.5 Les fluctuations de la force dipolaire

Dans l'expression (22), on voit que la force dipolaire dépend directement de l'intensité du faisceau laser. Comme celle-ci dépend du temps, la force dipolaire dépend également du temps : ce sont les **fluctuations de la force dipolaire** au cours du temps. C'est l'objet de notre étude. Nous nous poserons la question : *Dans quelles mesures ces fluctuations sont-elles responsables de l'augmentation de l'énergie cinétique des atomes ?*

## II LA FORCE DIPOLAIRE DANS LE CADRE DE L'EXPERIENCE

### II.1 La géométrie du problème

Les atomes de rubidium sont préalablement refroidis jusqu'à  $30\mu\text{K}$  à l'aide de lasers (le processus sera expliqué dans le site web). Pour augmenter la densité du gaz d'atomes, il est nécessaire d'enfermer ceux-ci dans une « boîte de potentiel ». Cette boîte de potentiel est créée ici par l'intersection de deux cylindres, formés par deux faisceaux lasers en rotation.

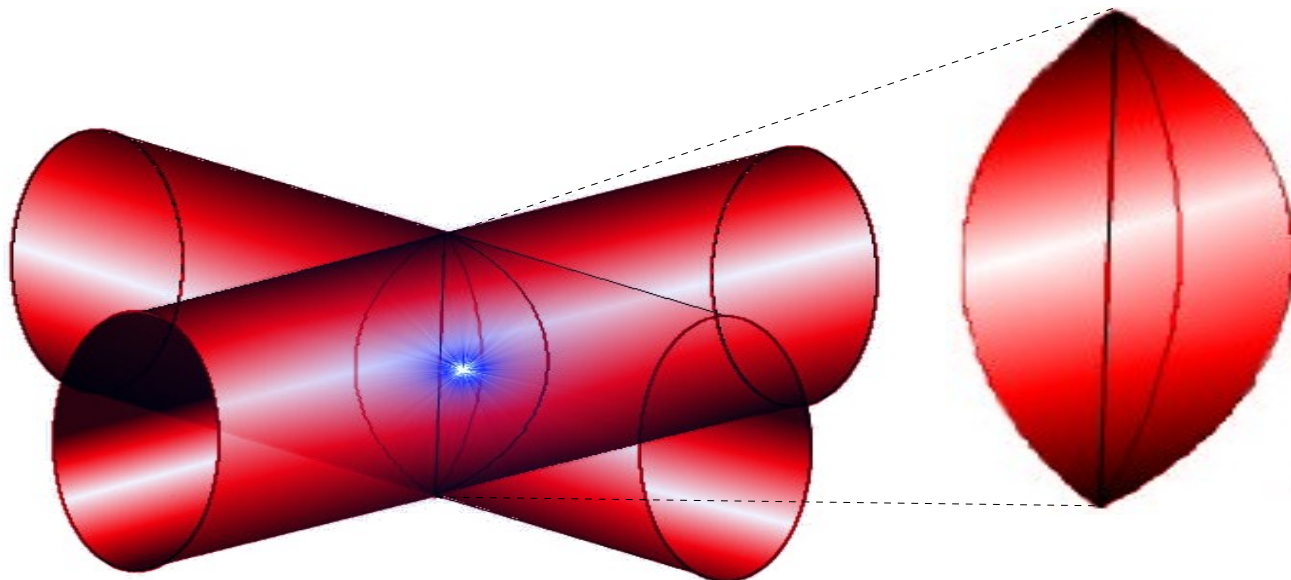


FIG. II.1 « Vue d'artiste » de l'intersection entre deux cylindres.

En combinant cela avec un champ magnétique extérieur, on peut espérer amener le gaz d'atomes à de très grandes densités (cf. site web).

Pour la simulation, nous avons choisi d'étudier le problème sous une forme simplifiée, c'est-à-dire qu'au lieu de travailler avec une boîte formée par l'intersection de deux cylindres, nous avons choisi de représenter le potentiel sous la forme d'un cercle qui serait en fait la tranche d'un cylindre. Il se trouve que le problème à deux dimensions est équivalent à celui à trois dimensions et est beaucoup plus simple à concevoir numériquement. L'utilisation d'une approche 2D ou 3D est équivalente car il n'y a simplement pas d'arguments pour contredire cette affirmation. On peut s'en convaincre en admettant que la particule ne rencontrera jamais deux murs en même temps dans le cas à 3D. On observera peut être un facteur multiplicatif entre la prédiction et l'expérience, mais cela n'a aucun effet sur la dynamique du système.

## II.2 Approximation de la force moyenne

Comme expliqué précédemment, le piège est formé par des faisceaux lasers rotatifs. Comme leur vitesse de rotation est relativement rapide (env. 100000 oscillations par seconde) par rapport à la vitesse des atomes (env.  $7 \text{ cm.s}^{-1}$  en moyenne à  $30\mu\text{K}$ ), on peut, dans une première approximation, considérer que les atomes « sentent » un potentiel moyen et indépendant du temps. Les atomes ressentent alors une force dipolaire moyenne. Ce potentiel moyen a alors un profil radial. On peut tracer le potentiel en fausses couleurs pour se donner une idée de la géométrie du problème simplifié :

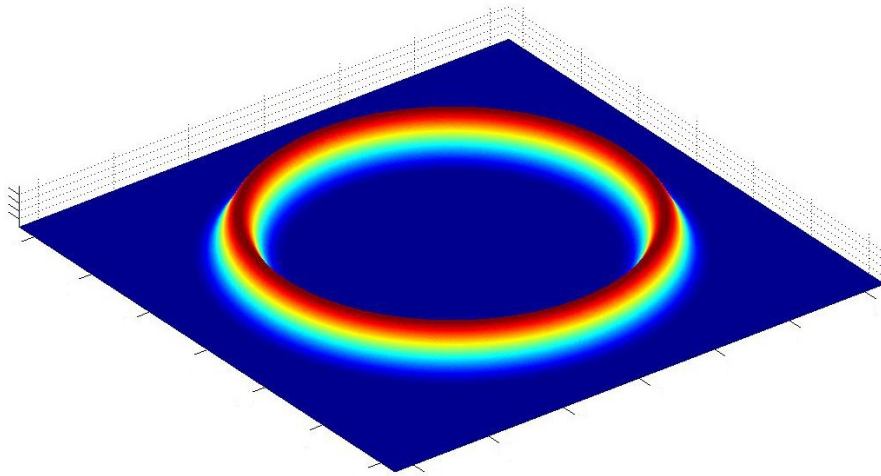


FIG. II.2 - Représentation qualitative du potentiel circulaire (unités arbitraires)

Dans cette approximation, on considère que la particule voyage dans un piège tel que celui représenté ci-dessus. On peut l'imaginer ainsi : l'atome est tel une bille évoluant sur un plan, entouré d'une « colline ».

## II.3 La numérisation du problème

Afin de réaliser la simulation d'une particule dans notre piège, nous devons numériser le faisceau laser qui est gaussien et tournant. Nous déduisons la dynamique de notre particule à partir de la force appliquée sur celle-ci, mais pour cela, il faut séparer les termes en deux composantes  $x$  et  $y$ . On part d'abord du potentiel à deux dimensions spatiales (Eq. (1)) dans lequel on introduit les termes tournants (Eq. (2)):

$$U(x, y, t) = U_0 \exp\left(-2 \frac{(x - x_0(t))^2 + (y - y_0(t))^2}{w^2}\right) \quad (1)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} x_0(t) = a \cos(2\pi \nu t) \\ y_0(t) = a \sin(2\pi \nu t) \end{cases} \quad (2)$$

Puis on utilise la relation fondamentale de la dynamique, en ne considérant qu'une force: la force dipolaire. Or comme nous l'avons vu, la force dipolaire dérive du potentiel dipolaire:

$$m \vec{a} = \vec{F}_{dip} \quad \text{Avec} \quad F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}(x, y, t) \quad \text{et} \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}(x, y, t) \quad (3), (4) \text{ et } (5)$$

On peut déduire de (3) et (4) la composante de l'accélération selon  $x$ , et de (3) et (5) la composante de l'accélération selon  $y$ , et ainsi écrire les équations du mouvement d'un atome.

$$\ddot{x} = \frac{4U_0}{mw^2} (x - x_0(t)) \exp\left(-2 \frac{(x - x_0(t))^2 + (y - y_0(t))^2}{w^2}\right) \quad (6)$$

$$\ddot{y} = \frac{4U_0}{mw^2} (y - y_0(t)) \exp\left(-2 \frac{(x - x_0(t))^2 + (y - y_0(t))^2}{w^2}\right) \quad (7)$$

Il s'agit d'un système d'équations différentielles du deuxième ordre. On réécrit ce système de deux équations en un système de quatre équations du premier ordre, en utilisant

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \ddot{x} \\ \dot{x} = v_x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \dot{v}_y = \ddot{y} \\ \dot{y} = v_y \end{cases}$$

En premier lieu, pour intégrer les accélérations et les vitesses nous avons utilisé l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4. Mais malheureusement nous avons constaté une déviation numérique, c'est-à-dire que le comportement de la particule changeait lorsqu'on modifiait le pas. Nous avons donc décidé d'utiliser une fonction disponible dans la bibliothèque de MatLab© : *ODE15s*.

Nous choisirons aussi de simuler une particule à la fois et de répéter l'opération plusieurs fois afin de faire la statistique du problème. C'est lorsque la particule rencontre le faisceau laser en rotation qu'elle est susceptible de gagner de l'énergie. Si la particule sort, la prise de données ne s'effectue plus et on enchaîne sur une autre particule.

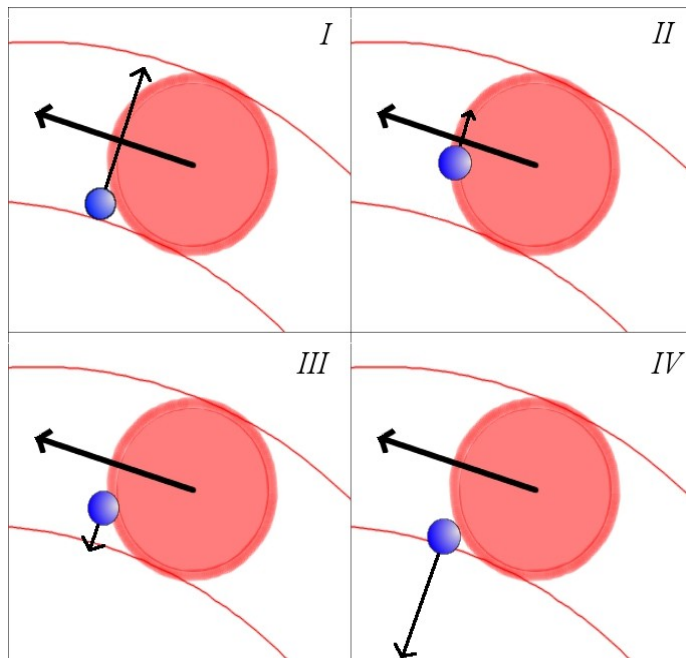


FIG. II.3

Nous avons voulu ici illustrer le fait que l'atome se fait percuter plusieurs fois par le laser avant de repartir dans le piège. Les flèches noires représentent les vecteurs vitesses de façon arbitraire.

Les images sont placées dans l'ordre chronologique; la particule pénètre dans le faisceau et perd peu à peu de sa vitesse, à mesure que le faisceau tourne et heurte celle-ci (il effectue plusieurs tours entre chaque image). Après plusieurs « shoots », la particule est stoppée puis renvoyée dans le piège.

Il faut bien noter que les particules subiront une multitude de « shoots » avant de perdre leur vitesse et de repartir au sein piège. Ceci est dû au fait que la vitesse de rotation du laser est beaucoup plus élevée que celle des particules.

L'énergie est directement relié à la température grâce à la relation de thermodynamique statistique pour un système à deux degrés de liberté :  $E_c = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2 = k_B T$ . Ici il est en fait question d'énergie

moyenne, mais c'est seulement pour un souci pratique d'échelle que nous faisons ce changement. En effet les énergies mise en jeu sont de l'ordre de  $10^{-25} J$ , pour ne pas dépasser la précision de la machine, il est préférable de compter l'énergie en Kelvins, où les valeurs sont de l'ordre de  $10^{-6} K$ . Lorsque l'énergie augmente, la température augmente. C'est pour cela qu'on dit qu'il y a chauffage. Cet échauffement est dû à un phénomène appelé « fluctuations de la force dipolaire » (cf. 1ère partie). Si la température des particules est suffisamment élevée, elles peuvent être amenées à fuir du piège. C'est précisément le point que nous voulons mettre en évidence grâce à la simulation. Nous voulons déterminer si oui ou non celui-ci est responsable du chauffage trop rapide des particules. En effet, expérimentalement, il est constaté que les particules s'échappent du piège avec un temps anormalement court.

A l'issue de la simulation, nous devons être capable de déterminer si oui ou non la force dipolaire est le facteur dominant du chauffage des particules. Deux cas se présentent à nous:

- i. soit les particules mettent un temps plus long que celui observé expérimentalement;
- ii. soit les particules mettent un temps qui est de l'ordre de celui observé expérimentalement

Dans le cas (i), on doit alors envisager un autre phénomène qui serait responsable de ce chauffage (comme l'émission spontanée par exemple).

Dans le cas (ii), on doit faire en sorte que l'effet des fluctuations de la force dipolaire soit minimal. Typiquement, cela revient à changer les paramètres expérimentaux et à les optimiser avant de faire la manipulation.

## **CONCLUSION**

En exploitant les résultats donnés par la simulation, nous sommes capables de faire des prédictions sur l'expérience. Nous pouvons conclure quant à l'effet des fluctuations de la force dipolaire sur le chauffage des atomes.

L'utilisation de la simulation a plusieurs avantages :

- C'est un gain d'argent; avant d'acheter du nouveau matériel, on peut en estimer la nécessité et l'efficacité.
- C'est aussi un gain de temps car le réglage des manipulations est souvent très long et très délicat pour ce type d'expérience.

Ce sujet nous a permis d'avoir un aperçu du monde de la recherche. Nous avons eu la chance de traiter avec quelqu'un qui nous a impliqué dans ses recherches actuelles, ce qui finalement a été une source d'enthousiasme et de motivation de notre part.

Nous avons aussi vu qu'il n'était pas nécessaire de rentrer dans le point de vue quantique.

Nous avons appris à faire de la physique numériquement dans la limite des puissances des ordinateurs; il faut sans cesse chercher à optimiser ce que l'on simule.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1]  
Claude Cohen-Tannoudji:  
*Cours de physique*,  
<http://www.jdhosts.net/alain/coursCCT/index.html>
- [2]  
R Grimm, Matthias Weidemüller et Yurii B. Ovchinnikov:  
*Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*,  
<http://arxiv.org/abs/physics/9902072v1>
- [3]  
Giovanni Luca Gattobigio:  
*Manipulation of a Large Magneto-Optical Trap: Application to Four-Wave Mixing*, These,  
Universita degli studi di Ferrara
- [4]  
Gabriel Lemarié:  
*Observation expérimentale de la transition d'Anderson avec des ondes de matière*  
<http://www.inln.cnrs.fr/IMG/pdf/Lemarie.pdf>
- [5]  
Robin Kaiser  
*Heating*  
*APS/123-QED*
- [6]  
*Cours d'électromagnétisme II dispensé par Pascal Baldi (Licence 3 Physique)*