



Rapport de projet :
Détection et localisation d'un canon

Stage effectué du 20 Février au 6 Mai 2010

Encadrant :

Julien BARRE

Alain OLIVETTI

Présenté par :

Adil Jabbari

Bruno Garbin

Ghazi Assili

Remerciements :

Avant tout développement sur ce projet tutoré, il apparaît opportun de commencer ce rapport par des remerciements, à ceux qui nous ont beaucoup appris au cours de ce projet, et même à ceux qui ont fait de ces heures de travail un moment très profitable.

Aussi, nous remercions Mr **Julien Barré** notre encadrant pour sa disponibilité, ses explications, sa patience et sa bonne humeur.

Nous souhaitons remercier aussi Mr **Alain Olivetti** pour son encadrement pendant tout le mois de Mars, et Mr **Eric Aristidi** pour les multiples éclaircissements rapidement dispensés, ainsi que pour son soutien technique.

Et enfin nous souhaitons remercier tous nos collègues pour l'ambiance agréable et conviviale qu'ils ont su faire régner dans la salle informatique du laboratoire Fizeau.

Sommaire

Remerciements :	2
Introduction :	4
I-Méthode expérimentale :	5
1-Généralité :	5
2-Protocole expérimentale :	6
II-Méthode Géométrique :	6
1-explication :	6
2 -exemple :	6
III-Méthode numérique :	7
1-Mise en équation :	7
2-Résolution des équations :	8
IV-Etudes des incertitudes expérimentales :	9
1) incertitudes rencontrées :	9
2) mise en équation des incertitudes :	11
V-Méthode Semi-numérique :	11
1) Etude théorique du système :	11
2) Tracé des équations :	11
VI-Incertitudes liées aux points choisis :	13
Conclusion :	15

Introduction :

Le 23 mars 1918, des projectiles tombent sur Paris, ces derniers venus de nul part, étaient éjectés par un canon d'une portée incroyable pour l'époque, souvent confondu à tort avec la GROSSE BERTA, Ce canon possédait une portée de 126km et une vitesse d'éjection de 1600 mètre/seconde, ce qui le rendait l'un des canons les plus puissants et les plus mystérieux de l'époque. En quelques heures, cette nouvelle ahurissante du bombardement de Paris fait le tour du monde grâce au télégraphe et au téléphone, partout l'information est reçue avec étonnement et incrédulité. C'est alors que différentes méthodes permettant de détecter et de localiser ce canon ont commencé à voir le jour. Une première tentative de repérage par triangulation était déjà connue à l'époque et elle avait le mérite d'être fort simple, mais exigeait deux observateurs, d'où l'on pouvait apercevoir l'objectif. Mais la méthode la plus efficace, même si peu connue encore à l'époque consistait à repérer le canon par le son.

Nous développerons sur ce rapport une méthode permettant de localiser un canon par le son. Pour se faire nous nous servirons de celui de Nice qui tape tout les jours à midi. Dans un premier temps nous expliciterons les bases de cette méthode (comment fonctionne t-elle? sur quoi se base t-elle?), puis nous aborderons différentes approches: géométrique, numérique ou encore semi-numérique, en mettant en évidence les avantages et les inconvénients de chacune d'elles. Nous analyserons ensuite les précisions que nous donnent nos différentes approches.

Et enfin nous essayerons de savoir si la position des points que nous choisissons influe sur la précision de nos résultats ou, si quelque soit les points choisis nous aurons une précision similaire (du même ordre de grandeur).

I-Méthode expérimentale :

Nous allons commencer par étudier le procédé expérimental nous permettant de réaliser toute les méthodes décrites par la suite. Dans un premier temps on expliquera les bases de ce procédé, puis dans un deuxième temps on exposera le protocole expérimentale que l'on à réalisé pour prendre nos mesures.

1-Généralité :

Pour appliquer cette méthode, nous avons besoin de placer avec précision trois point notés A,B et D indiquant les positions de chacun des observateurs, sur une carte (carte de Nice),et de noter le moment où l'on entend en chacun de ces points le bruit du coup de canon, plus exactement il faut qu'on puissent noter combien de seconde et de fraction de seconde se sont écoulées entre le moment où la détonation à été entendue en D et le moment où elle a été entendue en B et en A, par exemple. Cette méthode consistera à prendre les différences de temps d'arrivée de l'onde sonore en nos trois points. Et on à la formule bien connu: $v = d/t$, d'où on peut déduire le système suivant:

$$\begin{cases} CB - CA = V_s * (t_{CB} - t_{CA}) \\ CD - CA = V_s * (t_{CD} - t_{CA}) \end{cases}$$

Or nous savons que le son parcourt uniformément 340 mètres / secondes, de sorte qu'en tous les points d'une circonférence de 340 mètres de rayon tracée autour de la bouche du canon comme centre, on entend en même temps la détonation qui s'est produite en C (point repérant le canon); les fronts d'onde sont donc des cercles ayant pour centre C (en 2 dimensions). L'onde sonore partant du point C se propage en cercles de centre C; ainsi quand on entendra la détonation issue de C à l'observateur A, on l'entendra au même moment a des point *b* et *d* situés dans les directions des observateurs B et D. (voir Fig 1)

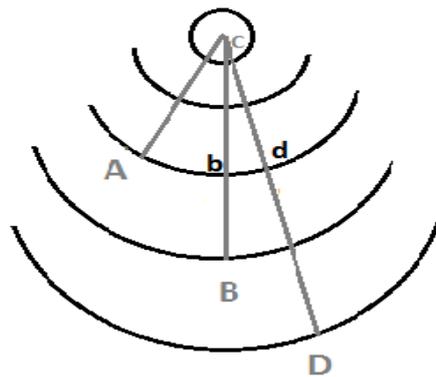


Fig1 : Positionnement des points et tracés des fronts d'onde sonore.

Nous appelons D_1 et D_2 comme suit, car les différences de temps sont connues grâce au protocole expérimental suivant (I.2)):

$$\begin{cases} CB - CA = D_1 \\ CD - CA = D_2 \end{cases}$$

2-Protocole expérimentale :

Protocole expérimentale pour prendre les mesures à l'aide d'un chronomètre :

- Initialiser les chronomètres.
- Déclencher les chronomètres au même instant.
- Se placer sur le terrain.
- Arrêter le chronomètre lorsqu'on entend le son (détonation) du canon.
- Faire les différences sur le temps pour avoir D_1 et D_2 .

Cette méthode nécessite les choses suivantes:

- 3 observateurs.
- Un système capable de mesurer les différences de temps d'arrivée de l'onde sonore entre les observateurs (chronomètre ici).
- Un moyen d'analyser les différences de temps et de calculer la position de la source sonore.

II-Méthode Géométrique :

La Première Guerre mondiale a vu la naissance d'un procédé scientifique fort ingénieux, elle a réunie la technologie de mesure et d'analyse nécessaires pour l'efficacité de la méthode géométrique. Comme de nombreux concepts de la technologie, l'idée d'utiliser le son pour localiser l'artillerie ennemi est venue à un certain nombre de scientifiques à peu près au même moment.

1-explication :

Le but de cette méthode est de tracer des cercles de rayon bB centré en B et dD centré en D il existera alors un unique cercle tangent à ces deux derniers et passant par le point D. Le centre de ce cercle sera le canon.

2 -exemple :

On effectue la méthode décrite précédemment (Nous ne pouvons prendre l'exemple pris dans les autres parties car nous manquons de place pour mettre une page entière consacré à un schéma)



Fig2 : application de la méthode géométrique

Toutefois cette méthode n'est pas très précise car le cercle est dur à repérer et à tracer à la main.

Dans la suite nous prendrons pour exemple le cas que nous avons le plus employé, c'est-à-dire le point A devant le bâtiment Fizeau, le point B dans les collines du parc impérial et le point D proche de l'opéra de Nice. Soit: $\alpha=0.56$, $\beta=1.18$, $D_1=0.179$ et $D_2=0.930$

III-Méthode numérique :

Nous allons nous intéresser maintenant à une méthode plus moderne, nécessitant l'intervention d'ordinateur pour résoudre les équations mathématiques caractérisant ce problème. Nous chercherons tout d'abord à écrire ce problème sous forme d'équation que nous pourrions aisément manipuler, puis nous essaierons de les résoudre à l'aide d'un programme informatique. On utilisera cependant le résultat de **(I)** vu précédemment consistant à repérer les différences de temps entre nos trois points.

1-Mise en équation :

On a vu précédemment que : $CB-CA=vs*(t_{CB}-t_{CA}) = D_1$

et sachant que D_1 est constant (comme expliquée dans **(I)**) pour des points donnés, il nous reste donc à traduire la partie $CB-CA$ en équation à l'aide d'un repère judicieusement choisi, permettant de simplifier l'équation au maximum. Pour cela nous considérerons le point A comme origine du repère, et le point B sera choisi de telle sorte que la distance AB va être l'unité de ce repère, le point D dont les coordonnées (α, β) sont connues, et exprimées en fonction de l'unité de notre repère, et le canon en (x,y) qu'on trouvera grâce au programme.

Le schéma suivant décrit nos trois points en plus du canon noté ici C :

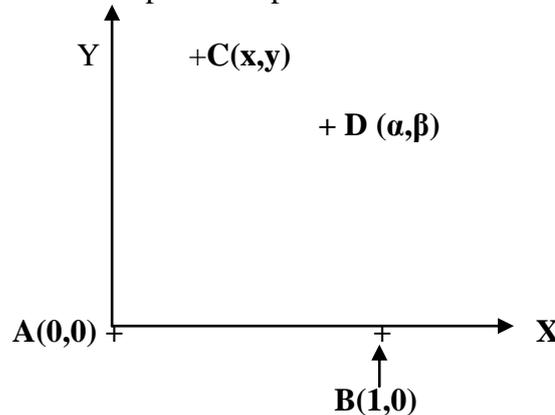


Fig3.Positionnement des quatre points A, B, C et D

Sachant que :

$$\overrightarrow{CB}=\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CA}=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} ; \overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix} x-\alpha \\ y-\beta \end{pmatrix}$$

On trouve :

$$CB=\sqrt{(x-1)^2 + y^2} ; \quad CA=\sqrt{x^2 + y^2} ; \quad CD=\sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2}$$

$$D'où : \Rightarrow (1) \begin{cases} CB - CA = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} - \sqrt{x^2 + y^2} = D1 \\ CB - CA = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2} - \sqrt{x^2 + y^2} = D2 \end{cases}$$

On obtient alors deux équations à deux inconnus : un système soluble.

2-Résolution des équations :

Nous avons donc un système de la forme : $\begin{cases} f1(x,y) = 0 \\ f2(x,y) = 0, \end{cases}$

Qu'on mettra dans le programme, et grâce à la méthode de Newton utilisée sur Octave, on arrive à Trouver 4 solutions possibles au problème.

Voici quelques lignes permettant d'utiliser la méthode de Newton :

```
function f=cool(xy)
f = [(4*D1^2-4)*xy(1)^2+4*D1^2*xy(2)^2-(4*D1^2-4)*xy(1)-D1^4+2*D1^2-1; (4*a^2-4*D2^2)*xy(1)^2+(4*b^2-4*D2^2)*xy(2)^2+(4*a*D2^2-4*a^3-4*a*b^2)*xy(1)+(4*b*D2^2-4*b^3-4*b*a^2)*xy(2)+8*a*b*xy(1)*xy(2)+a^4+b^4+2*a^2*b^2-2*a^2*D2^2-2*b^2*D2^2+D2^4];
endfunction
xy0=[0 1.5];
[X,valeur_en_X]=fsolve('cool',xy0)
```

Méthode de Newton

En analyse numérique, la **méthode de Newton**, ou **méthode de Newton-Raphson**, est un algorithme efficace pour trouver des approximations d'un zéro (ou racine) d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles. L'algorithme consiste à linéariser une fonction f en un point et à prendre le point d'annulation de cette linéarisation comme approximation du zéro recherché. On réitère cette procédure en l'approximation obtenue. De manière informelle, le nombre de décimales correctes double à chaque étape.

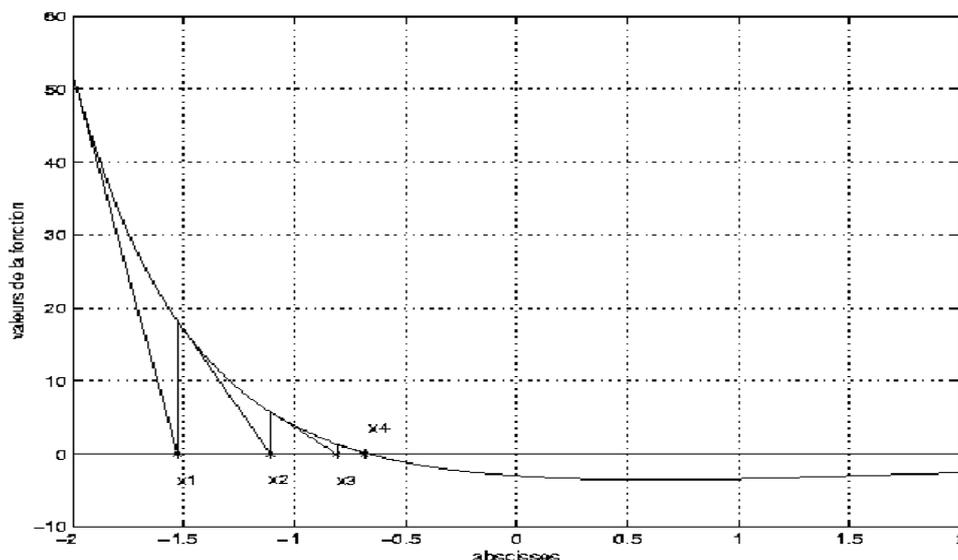


Fig4.Méthode de Newton

En entrant toutes les équations dans le programme, celui-ci nous donne (x,y) les coordonnées de la position du canon en unité du repère choisi. Cependant en itérant sur plusieurs point de départ, on constate qu'il n'y a pas qu'une seule solution à notre système mais 4. Pour notre exemple on trouve les solutions: (0.26, 1.20); (0.66, - 0.74); (0.70, 0.96); (0.40, - 0.20) que l'on pourra comparer avec d'autres méthodes.

Pourquoi trouve-t-on quatre ? Et comment pouvons nous distinguer la bonne solution ?

Sont alors les questions que nous nous sommes posées, la réponse de la première sera développée par la suite dans la partie " **Méthode semi-numérique**" car cela relève d'une compréhension graphique des équations. En ce qui concerne la deuxième question, en plaçant les 4 points sur la carte, et en comparant nos résultats sur les temps mis par le son pour aller en A,B et D, nous pourrons savoir en quel point le son arrive en premier ,en deuxième et en troisième, et en déduire la solution acceptable parmi les quartes, sinon ,on peut toujours utilisé la méthode graphique vue précédemment.

Ces méthode nous permettent de localiser le canon, mais **avec quelle précision ?**

IV-Etudes des incertitudes expérimentales :

Nous allons étudier ici la précision avec laquelle nous donnons notre résultat sur la position du canon; nous chercherons donc à déterminer les incertitudes sur x et sur y, notées respectivement Δx et Δy, Ce qui nous conduira donc à caractériser les paramètres pouvant être sources d'incertitudes, ainsi qu'à trouver les équations régissant celle-ci, sachant qu'elles sont liées aux équations de notre système (2) :

$$\begin{cases} f_1 = (4 - 4D_1^2)x^2 - 4D_1^2y^2 + (4D_1^2 - 4)x + D_1^4 - 2D_1^2 + 1 = 0 \\ f_2 = (4\alpha^2 - 4D_2^2)x^2 + (4\beta^2 - 4D_2^2)y^2 + (4\alpha D_2^2 - 4\alpha^3 - 4\alpha\beta^2)x + (4\beta D_2^2 - 4\beta^3 - 4\beta\alpha^2)y \\ \quad - D_2^2(2\alpha^2 + 2\beta^2) + 8\alpha\beta xy + 2\alpha^2\beta^2 + D_2^4 + \alpha^4 + \beta^4 = 0 \end{cases}$$

1) incertitudes rencontrées :

On va commencer par étudier les incertitudes dues aux mesures, c'est-à-dire, a notre temps de réaction vis-à-vis du chronomètre, ainsi que l'incertitude sur la vitesse du son.

On cherchera donc à déterminer l'incertitude sur la distance CB-CA et CD-CA :

Sachant que : $CB - CA = D_1 = v_s * (\underbrace{t_{CB} - t_{CA}}_{t_{AB}})$, $CD - CA = D_2 = v_s * (\underbrace{t_{CD} - t_{CA}}_{t_{AD}})$

On trouve :

$$\Delta D_1 = \left(\frac{\Delta V_s}{V_s} + \frac{\Delta t_{AB}}{t_{AB}} \right) D_1 \quad (\approx_1)$$

De même pour CD-CA :

$$\Delta D_2 = \left(\frac{\Delta V_s}{V_s} + \frac{\Delta t_{AD}}{t_{AD}} \right) D_2 \quad (\approx_2)$$

En ce qui concerne l'incertitude sur le temps elle dépend de notre temps de réaction lors de l'entente du son, nous avons donc essayer de reproduire les conditions de prise de mesure en salle pour ainsi pouvoir connaître approximativement nos différences de temps de réaction a l'entente du son. Ainsi l'un de nous trois donnait le signal alors que les deux autres attentifs (l'attention est importante pour minimiser les écarts que nous avons entre nous car ce sont des différences de temps que nous regardons ici) appuyaient sur le bouton pour arrêter le chronomètre dès l'entente de celui-ci. On faisant une soixantaine de mesure, et en calculant la moyenne de celles-ci on a trouvé une incertitude d'environ un dixième de seconde : $\Delta t \approx 0.1s$

Pour l'incertitude sur la vitesse du son (on parle de la vitesse et non de l'intensité) le seul facteur pouvant jouer un rôle important est la température. Nous avons tracé donc le graphe représentant la vitesse du son en fonction de la température pour voir l'importance de cette incertitude.

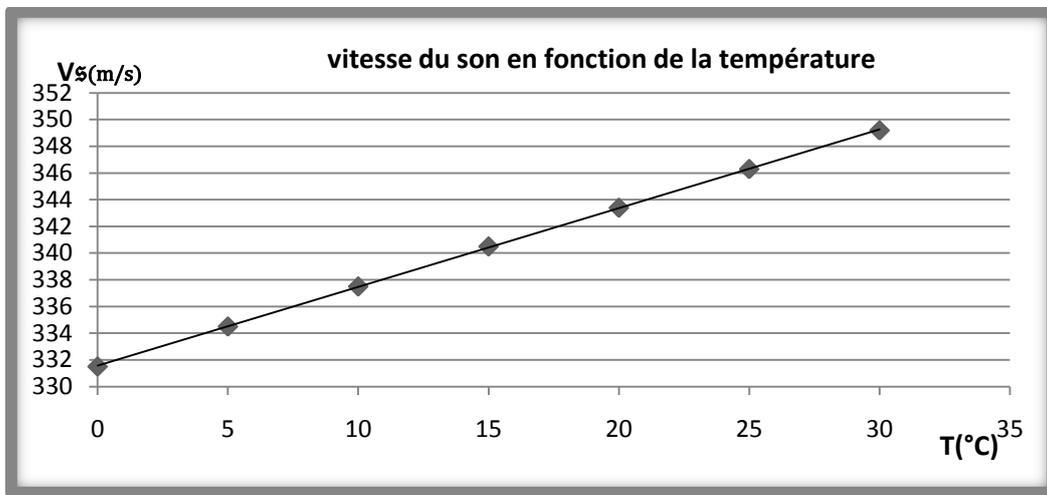


Fig5.Vitesse du son en fonction de la température

Or comme nous avons fait attention à la température pendant les mesures et que l'on ne s'est pas trouvé au delà de 5 °C de différence par rapport aux mesures précédentes, le terme $\frac{\Delta V_s}{V_s}$ est négligeable. On obtient donc:

$$\Delta D_1 = \left(\frac{\cancel{\Delta V_s}}{V_s} + \frac{\Delta t_{AB}}{t_{AB}} \right) D_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta D_1 = \left(\frac{\Delta t_{AB}}{t_{AB}} \right) D_1$$

$$\Delta D_2 = \left(\frac{\cancel{\Delta V_s}}{V_s} + \frac{\Delta t_{AD}}{t_{AD}} \right) D_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta D_2 = \left(\frac{\Delta t_{AD}}{t_{AD}} \right) D_2$$

Après calcul on trouve : $\Delta D_1 \approx \Delta D_2 \approx 0.02 u$

Or: $D_1 = V_s * t_{AD} \quad \Rightarrow \quad \Delta D_1 = \Delta t_{AD} * V_s.$

⇒ ΔD_1 et ΔD_2 sont constants pour des points choisis.

2) mise en équation des incertitudes :

Sachant que f_1 et f_2 dépendent de x , y ainsi que D_1 (pour f_1) et D_2 (pour f_2), on pourra donc écrire le système suivant faisant intervenir les dérivées partielles de nos fonctions ainsi que les incertitudes associées à x, y et D_1 et D_2 .

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_1}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f_1}{\partial D_1} \Delta D_1 = 0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_2}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f_2}{\partial D_2} \Delta D_2 = 0 \end{cases}$$

Comme précédemment on fait résoudre le système trouvé (après avoir calculé les dérivées partielles à la main) par un programme informatique (**Octave**), on utilise de même la méthode de Newton. En exécutant celui-ci, il nous renvoie alors Δx et Δy (ΔD_1 étant connu maintenant), ce qui nous permet de connaître la précision avec laquelle nous déterminons la position de notre canon.

Ainsi dans notre exemple on trouve $\Delta x \approx 70$ mètres et $\Delta y \approx 135$ mètres.

V-Méthode Semi-numérique :

Dans cette partie on étudiera le rendu graphique des équations trouvées par la méthode numérique, et ainsi on essaiera de répondre à une question importante apparue dans la partie «méthode numérique»: Pourquoi y a-t-il multiplicité des solutions? Dans un premier temps on regardera ce que la théorie peut nous apprendre sur nos équations et sur leurs résolutions, puis on étudiera les équations à l'aide d'un programme nous permettant de pouvoir visualiser clairement ce qui se passe.

1) Etude théorique du système :

Nous avons deux équations (système (2)) de la forme $f(x,y) = 0$. Notre problème de multiplicité des solutions nous a poussé à étudier les solutions graphique des équations de la forme $MB - MA = \text{cste}$.

En fait nos équations (système (2)) sont de la forme: $ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$ ce qui décrit des fonctions dites «conique» en mathématiques; ces fonctions peuvent être: des hyperboles, des paraboles, des ellipses ou encore des cercles, cela dépendra des constantes intervenant dans nos équations (a, b, c, d, e, f). En effet le signe de $ac - b^2$ donnera la forme graphique de ces équations; dans notre cas, $ac - b^2$ est négatif pour les deux, on aura donc pour solution une hyperbole pour chacune des équations.

2) Tracé des équations :

On modifie le système (2), en passant de la forme $f(x,y) = 0$, à $y = f(x)$ pour les deux équations.

On trouve :

Pour la première équation :

$$Y_0 = \sqrt{\frac{(-2 D_1^2 + D_1^4 + (4 D_1^2 - 4)x + (4 - 4 D_1^2)x^2 + 1)}{4 D_1^2}}, \quad Y_1 = -\sqrt{\frac{(-2 D_1^2 + D_1^4 + (4 D_1^2 - 4)x + (4 - 4 D_1^2)x^2 + 1)}{4 D_1^2}}$$

Deuxième équation :

$$Y_2 = \frac{1}{2(\beta^2 - D_2^2)} (-\beta D_2^2 + \beta^3 + \beta \alpha^2 - 2\alpha\beta x + (2\beta^2 D_2^2 \alpha^2 - 4D_2^2 \alpha^3 x + 4D_2^4 \alpha x + 4D_2^2 \alpha^2 x^2 + 4\beta^2 x^2 D_2^2 - 4\beta^2 D_2^2 \alpha x - 2D_2^4 \alpha^2 - 4D_2^4 x^2 + D_2^2 \alpha^4 + D_2^2 \beta^4 + D_2^6 - 2\beta^2 D_2^4)12)$$

$$Y_3 = \frac{1}{2(\beta^2 - D_2^2)} (-\beta D_2^2 + \beta^3 + \beta \alpha^2 - 2\alpha\beta x - (2\beta^2 D_2^2 \alpha^2 - 4D_2^2 \alpha^3 x + 4D_2^4 \alpha x + 4D_2^2 \alpha^2 x^2 + 4\beta^2 x^2 D_2^2 - 4\beta^2 D_2^2 \alpha x - 2D_2^4 \alpha^2 - 4D_2^4 x^2 + D_2^2 \alpha^4 + D_2^2 \beta^4 + D_2^6 - 2\beta^2 D_2^4)12)$$

Avec $D_2 = CD - CA$, et (α, β) les coordonnées du point D.

Or chacune des équations nous donne deux solutions pour y, ce qui revient aux deux branches d'une même hyperbole; cela nous permet donc de comprendre la raison pour laquelle on a quatre solutions.

On peut expliquer la présence de deux branches hyperboles-solutions par équations, par le fait que nous «supprimons» le signe de D_1 et D_2 en mettant au carré le système (1) pour pouvoir le résoudre. Cela «crée» donc la deuxième branche d'hyperboles, que nous pourrions simplifier en regardant le signe de $CB - CA$ et celui de $CD - CA$ c'est-à-dire le signe de D_1 et D_2 . En effet si D_1 est positif, le canon (point C) sera plus proche du point A que du point B car CB sera supérieur à CA ; en raisonnant de même pour D_2 nous pouvons distinguer la bonne solution parmi les quatre que nous trouvons et ainsi trouver le canon.

On trace y_0, y_1, y_2 et y_3 sur un même graphe pour observer leurs intersections (les unités étant données par celle de notre repère). On trace aussi ces mêmes courbes avec les incertitudes trouvées précédemment ce qui nous donne un losange d'erreur repérant la zone où pourrait se trouver notre canon compte tenu de nos incertitudes de mesures.

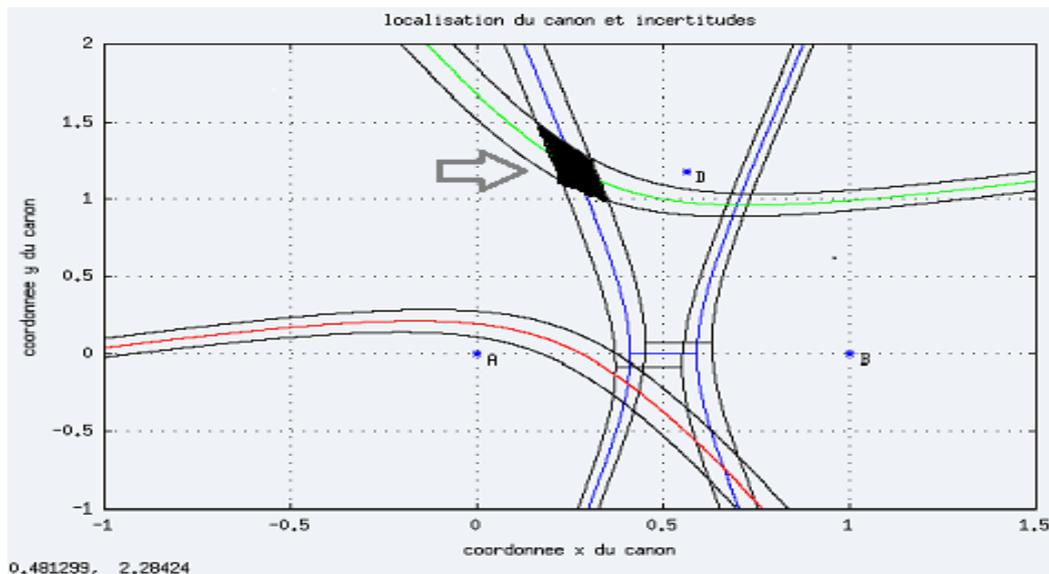


Fig6 : Losange d'incertitude

Le schéma précédent nous étant donné par notre exemple.

VI-Incertitudes liées aux points choisis :

Nous allons maintenant supposer la position du canon connue et essayer de déterminer les incertitudes que nous donne le choix des points; c'est-à-dire pouvoir répondre à la question: est-ce que mettre les points dans une configuration nous donnera de plus faibles incertitudes que dans une autre?

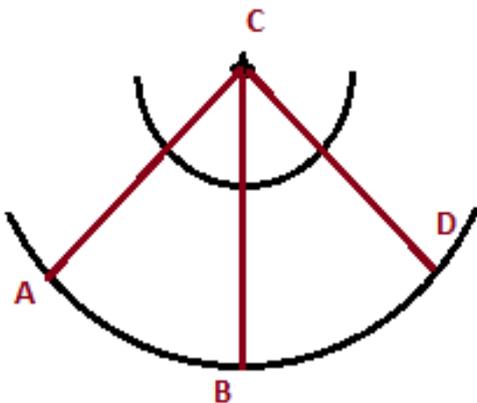
On pourra donc étudier différents cas parmi les plus généraux qui nous permettront de mieux comprendre comment varie les incertitudes en fonction des points choisis.

1) Méthode utilisée :

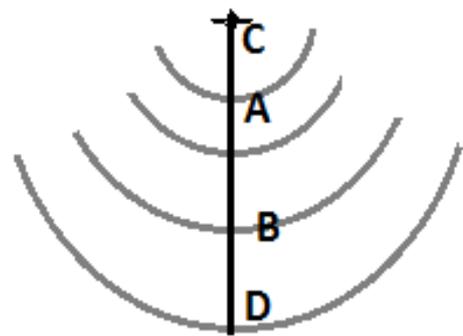
On place les trois points que l'on veut étudier sur une carte en plus du canon, l'unité de notre repère étant toujours déterminée par la distance $[AB]$ (chose prise en compte dans nos calculs). On repère ensuite les coordonnées de chaque point (en unité de notre repère). Puis on réutilise les calculs d'incertitudes vu précédemment (voir partie (IV)) pour trouver les nouveaux Δx et Δy les nouvelles incertitudes sur la position du canon, que l'on pourra comparer à d'autres cas.

2) Etude de cas :

Nous prendrons ici les deux cas qui nous semblent les plus intéressants à traiter, à savoir : une configuration en ligne des trois points par rapport au canon, ainsi qu'une configuration en arc de cercle des trois points autour du canon, sur le même plan d'onde (n'importe quel cercle ayant le canon pour centre).



Configuration 1



Configuration 2

Avant de faire le calcul, étudions ces configurations, nous pourrions ainsi comparer nos résultats avec ce que nous pensions.

On peut se dire par exemple que la configuration 1 donnerait de grandes incertitudes car les différences de temps seraient très faibles entre les trois observateurs étant donné qu'ils se trouvent sur le même plan d'onde.

De même on peut penser que la configuration 2 serait plutôt bonne pour les incertitudes car on aurait alors des différences de temps plus grandes entre nos observateurs.

Cependant, après les calculs on constate que la configuration 1 nous donne un résultat tout à fait acceptable.

Pour la configuration 2 on trouve des incertitudes énormes, bien plus grande que ne l'est la dimension de notre carte. Nous allons donc essayer de comprendre cela en appliquant la "méthode semi-numérique" (voir partie **(V)**). Les solutions de la position du canon seront en fait données par une demi-droite partant du point A et dirigée vers le canon. La "méthode géométrique" nous donnera la même chose, car cela reviendrait à prendre pour solution l'ensemble des centres des cercles passant par le point A et tangent au deux cercles passant par celui-ci (de rayon CB-CA centré en B et de rayon CD-CA centré en D), donc la demi-droite évoqué précédemment.

On pourrait expliquer de si grandes incertitudes pour la configuration 2 en pensant au fait que dans notre repère on aurait plus aucune coordonnées suivant y ce qui entraîne peut être cela. De plus les hyperboles tendent à vers une droite lorsque les points tendent vers l'alignement (voir schéma ci-dessous)

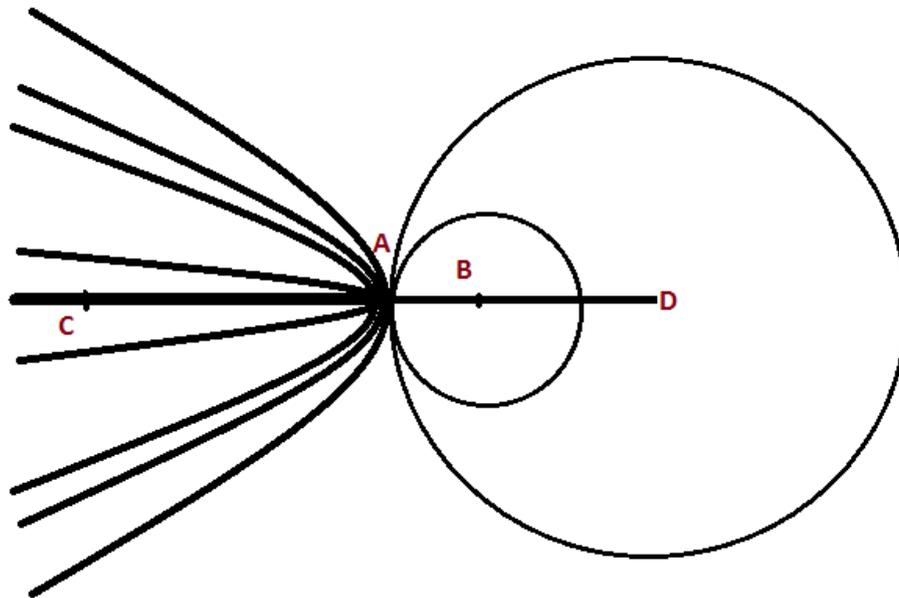


Fig7 : Schéma des hyperboles tendant vers une droite et représentation des cercles.

Conclusion :

Toutes nos méthodes sont basées sur la même démarche, décrite dans le protocole expérimentale **(I)**, celle-ci consistant à repérer le canon par le son. Ces différentes méthodes d'exploitation de la démarche expérimentale nous donnent des résultats nous permettant de localiser le canon chacune avec ses avantages et ses inconvénients.

La méthode graphique nous permet de pouvoir donnée la localisation du canon avec de grosse incertitude, par rapport aux autres méthodes mais toutefois elle nous permet de nous faire une idée rapide de la position du canon et alliée à **la méthode numérique** par exemple elle nous permet de déduire la solution acceptable.

La méthode numérique nous donne une bonne précision même si, comme vu dans la partie **(VI)**, la précision dépend beaucoup de nos points initiaux; ainsi on peut choisir des points minimisant les incertitudes pour obtenir une plus grande précision en alliant ces deux méthodes.

La méthode semi-numérique nous permet de nous faire une idée sur les solutions générale de l'équation $MB-MA=cte$, ces solutions sont de types hyperboliques, cela nous implique la multiplicité des solutions. Cette méthode nous permet aussi d'avoir une bonne image de nos losanges d'erreur représentant l'endroit ou pourrait se trouver notre canon. Elle est une bonne réunion de la méthode numérique et de la partie **(IV)**.

Ainsi lors de la première guerre mondiale, le matériel ne leur permettaient pas d'effectuer un calcul numérique précis, la méthode géométrique effectué avec attention était donc satisfaisante; mais de nos jours l'alliance de toutes les méthodes que nous avons étudié nous permettent de localiser le canon très précisément; nous rappelons aussi que nous le localisons par le son, sans le voir, ce qui est peu commun.