



F.Aden-Antoniów & J.Deguignet & A.Epsztein

Etude d'une poutre poroélastique biomimétique

Table des matières

1	INTRO	DDUCTION
2	L'EJE	CTION DES SPORES DE FOUGERES :
	Une C	atapulte Ultra Rapide
	2.1	<i>Processus</i>
	2.2	Mécanique des Milieux Continus et Poroélasticité
	2.3	Quel système modèle utiliser?
3	SYSTÌ	EME EXPERIMENTAL
	3.1	Composition
	3.2	Variation de la masse
	3.3	Estimation du module de Young
4	RELA:	XATION DE L'HYDROGEL
5	CONC	LUSION
6	ANNE	XES 16
	6.1	Tableau de valeurs : Perte de masse (Partie 1)
	6.2	Programme Scilab: Fit (Partie 3)

1 INTRODUCTION





 $FIGURE\ 1-Différents\ exemples\ de\ structure\ mécanique\ qui\ utilise\ la\ poro\'elasticit\'e\ dans\ la\ nature\ :\ Foug\`ere\ et\ Plante\ Carnivore$

La fougère possède un mécanisme tout à fait surprenant permettant d'éjecter les spores, à la manière d'une catapulte afin de les disséminer dans la nature. En effet, l'anneau, partie entourant la capsule dans laquelle sont situés les spores, possède une propriété poroélastique. On dit d'un matériau qu'il possède des propriétés poroélastiques lorsque qu'il est formé d'une structure solide composée d'interstices pouvant contenir un fluide qui le rend flexible. L'anneau reproduit le comportement d'une poutre lorsque l'on lui applique une contrainte, c'est à dire que son retour à l'équilibre se distingue par deux temps caractéristiques. Le premier temps décrit la première phase du mouvement, très rapide qui projette les spores. Le second décrit le reste du mouvement, plus lent, temps pendant lequel la capsule revient à son état initial. On s'est donc attelé à trouver un modèle permettant de reproduire ce comportement. L'hydrogel, constititué de chaine de polymères réticulées et entourées d'eau, s'est avéré posséder lorsqu'on le met sous forme de poutre, les mêmes propriétés : deux temps caractéristiques distincts et un caractère poroélastique. Le but étant d'étudier ce phénomène biologique, on a donc décidé d'utiliser l'hydrogel, qui retranscrit fidèlement le processus naturel, c'est le biomimétisme. On a mené différentes séries d'expériences sur l'hydrogel dans le but de valider ce modèle.

2 L'EJECTION DES SPORES DE FOUGERES : Une Catapulte Ultra Rapide

Chez les fougères, les **sporanges**, qui sont des petits sacs enfermant les **spores**, sont agglutinés en petites masses de formes différentes selon les espèces sur la face inférieure des feuilles : ce sont les **sores**. Chez les *Ptéridophytes* ¹, la plupart des fougères se reproduisent grâce à des sporanges doués d'une **dehiscence** ² **mécanique**. L'assise mécanique, l'anneau, est constituée d'une douzaine de cellules (compartiments) dans lesquels de l'eau est stockée. On va donc expliciter le processus de dissémination des spores ainsi que la physique qui le régit. Puis, expliquer comment nous allons assimiler le mouvement de l'anneau à celui d'une poutre.[3]

2.1 Processus

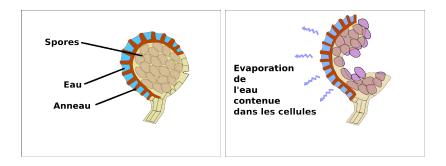


FIGURE 2 – Gauche : Schéma d'un Sporange. Droite : Redressement de l'anneau.

Ouverture

Lorsque que la chaleur est suffisante, l'assèchement de ces cellules et la forme des compartiments de l'anneau entraînent une chute de la pression à l'interieur des cellules qui a pour effet le rapprochement progressif des parois et donc la déformation de l'anneau. On observe ainsi une différence negative entre la pression à l'interieur des compartiments et la pression atmosphérique. La pression à l'interieur des cellules de l'anneau va chuter au-delà de la pression de vapeur saturante et en dessous de zéro : on se trouvera alors dans un état **métastable**(figure 4), c'est à dire qu'à la moindre perturbation le système se réequilibrera à la pression de vapeur saturante en nucleant une bulle.

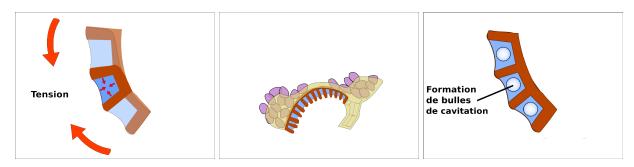


FIGURE 3 – Gauche : Forces de Pression négatives. Centre : Sporange déformé au maximum. Droite : Bulles de cavitation.

^{1.} Les Ptéridophytes est le groupe auquel les fougères appartiennent

^{2.} La déhiscence est l'ouverture spontanée d'organes végétaux clos

Fermeture

Ce mouvement correspond à celui d'une catapulte permettant ainsi la dissémination des spores à des vitesses de l'ordre de 10 mètres par seconde soit à des distances de plusieurs centimètres avant d'être pris par le vent. Les raisons de ce catapultage sont connues depuis peu : au plus haut de sa déformation, il se produit un phénomene de **cavitation**³. La formation d'une bulle va permettre une augmentation brutale de la pression dans chaque cellule et ainsi leur permettre de retrouver leur courbure initiale et de libérer assez d'énergie pour provoquer ce catapultage.

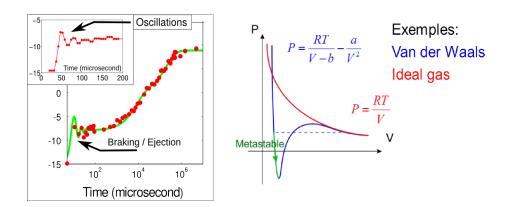


FIGURE 4 – Gauche : Evolution de la courbure de l'anneau en fonction du temps, en haut : zoom sur les oscillations initiales. On mets en évidence les différents temps caractéristiques du mouvement rapide. Droite : Isotherme en diagramme pression-température. Images tirées de[1])

L'article " $The \ fern \ sporangium : a \ unique \ catapult"[1] \ met en évidence (figure 4) que le mouvement de retour s'effectue sur deux échelles de temps et peut s'écrire mathématiquement [1] :$

$$\psi(t) = A\cos(\omega t + \phi)e^{-t/\tau_0} + Be^{-t/\tau_1} + Ce^{-t/\tau_2} + D$$
(1)

Le premier temps caractéristique, dit **inertiel**, correspond à la libération de l'énergie élastique qui se traduit physiquement par un mouvement brutale et s'en suit une vibration de l'anneau. Ce phénomène est de l'ordre de quelques microsecondes. On peut observer le second temps caractéristique, dit **poroélastique** du fait du retour à l'équilibre des cellules, lorsque l'anneau reprend progressivement sa courbure naturelle une fois les spores disseminés et cela en l'espace de quelques secondes. Ce sont ces deux échelles de temps qui permettent un arrêt momentané de l'anneau et une éjection très efficace des spores.

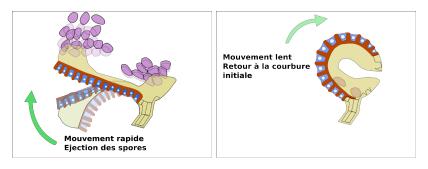


FIGURE 5 – Fermeture du sporange en deux temps.

^{3.} La Cavitation est la naissance de bulles de gaz dans un liquide soumis à une dépression, si elle est suffisamment élevée, la pression peut devenir inférieure à la pression de vapeur saturante, et une bulle est susceptible de se former

L'anneau est une poutre poroélastique, cela signifie que sa dynamique de retour vers sa courbure naturelle est freinée par la nécessité de générer des écoulements transversalement à l'épaisseur de la poutre. Ces écoulements se font dans un enchevetrement de fibres cellulosiques, qui est un milieu poreux. Du fait de la petites tailles des pores et de la viscosité de l'eau, ces écoulements sont lents et conduisent à des relaxations exponentielles.

2.2 Mécanique des Milieux Continus et Poroélasticité

En **Mécanique des Milieux Continus**, on définit un solide comme une poutre lorsqu'il possède une dimension beaucoup plus importante par rapport au autre (L >> a, e). On définit aussi un solide élastique lorsqu'il reprend sa forme initiale, définie par l'état de référence, quand une sollicitation cesse après avoir été appliquée.

Ces définitions nous permettent d'établir une analogie entre l'anneau du sporange et une poutre. Il est interessant de noter que l'élasticité de l'anneau est dite **poroélasticité** : on parle d'un materiau poroélastique

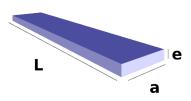


Figure 6 – Poutre.

d'un materiau présentant des pores contennant un fluide (liquide et/ou gaz), une pierre, une éponge par exemple.

2.3 Quel système modèle utiliser?

Premièrement, par analogie avec la forme de l'anneau, on utilisera une poutre parallélipédique. Deuxièmement, le caractère poroélastique imposera un caractère poreux au matériau, il devra contenir suffisament de fluide.

3 SYSTÈME EXPERIMENTAL

Dans le but de simuler le comportement de l'assise mécanique du sporange, nous allons utiliser une poutre d'hydrogel qui possède un caractère poroélastique et une relaxation en deux temps à la manière du bras du sporange. Cependant il existe une différence notable avec l'anneau : la perte d'eau par évaporation est trés importante, il faut donc conserver les hydrogels étudiés dans de l'eau et prendre en compte le temps depuis leur sortie de l'eau jusqu'au moment de réaliser une expérience. Cette évaporation influe grandement sur la flexibilité de cette poutre biomimétique, ainsi plus la poutre sera hydratée plus elle sera "molle" et plus son module de Young sera faible. On va donc detailler dans un premier temps les caractéristique de l'hydrogel qui a été utilisé, sa composition, sa structure, etc.. Dans un second temps, on va observer la manière dont l'eau s'evapore de l'hydrogel et enfin dans un troisieme temps, éstimer l'incidence qu'a cette perte de masse sur le module de Young de notre hydrogel.

3.1 Composition

Les hydrogels sont des réseaux de polymères réticulés (poly(hydroxyethyl methacrylate)(pHEMA)), capables de constituer un gel avec un fort pouvoir absorbant d'eau. Les produits obtenus possèdent une flexibilité comparables aux tissus organiques et la cellulose notamment. La solution utilisée pour créer un hydrogel, à partir de la méthode de D.Stroock[2], est composée d'environ 65% de 2-hydroxyethyl methacrylate(HEMA), entre 2 et 6% d'ethyleneglycol dimethacrylate(EGDMA), 1% d'acide methacrylique et entre 32 et 28% d'eau dé-ionisée.

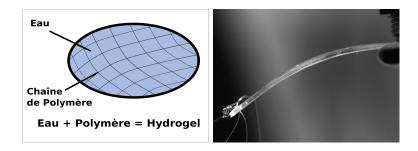


FIGURE 7 – Gauche : Structure de l'hydrogel. Droite : Montage expérimental 1.

3.2 Variation de la masse

Pour estimer la perte de masse de l'hydrogel par évaporation nous avons réalisé le montage suivant(figure 7) : Nous avons suspendu horizontalement la poutre d'hydrogel, de la même façon qu'elle sera placée au cour des expériences suivantes et mesuré sa masse toutes les cinq minutes environ.

Graphique

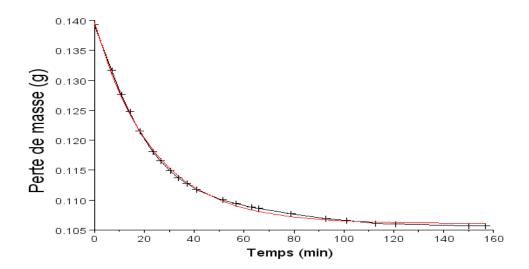


FIGURE 8 – Éstimation de la masse de l'hydrogel en fonction du temps

On trouvera en Annexe 6.1 le tableau de valeurs correspondant au graphique ci-dessous.

Discussion

Nous avons remarqué que la perte suivait une loi en fonction du temps. En analysant le graphique on s'aperçoit qu'après un certain laps de temps, il n'y plus ou trés peu de perte. Nous avons éstimé après deux heures d'expérience que cette perte est d'environ 24% de la masse initiale de l'hydrogel. Nous avons pu analyser cette loi mathématique et nous avons pu trouver une expression qui pourrait la définir :

$$m(t) = \alpha + \beta e^{-t/\tau} \tag{2}$$

On a retrouvé numériquement les valeurs caractéristiques : $\alpha = 0.11 \, \mathrm{g}$, $\beta = 0.03 \, \mathrm{g}$ et $\tau = 23.4 \, \mathrm{min}$.

3.3 Estimation du module de Young

Un des moyens le plus simple pour déterminer le module d'Young d'une poutre est de mesurer sa **déflexion**, sous l'effet d'une masse ajoutée. Pour cela nous avons réalisé le montage suivant : nous avons fabriqué une nacelle, accrochée à la poutre, sur laquelle on pourra faire reposer une masse. Comme précédement on a fixé horizontalement l'hydrogel à une extrémité. De cette façon, nous avons mesuré la déflexion à plusieurs instants. Une fois celle-ci mesurée, nous allons pouvoir calculer le module d'Young grâce à la formule suivante qui définie uniquement l'action de la masse (nous avons soustrait l'effet du poids de la poutre) :

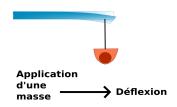


FIGURE 9 – Montage expérimental 2

$$E = \frac{PL^3}{3\eta I} \tag{3}$$

Avec η la déflexion mesurée au bout de la poutre, P le poids de la masse et I le moment tel que :

$$I = \frac{ae^3}{12} \tag{4}$$

Evolution du module d'Young mesuré en statique

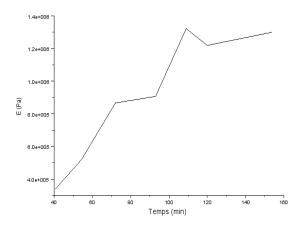


FIGURE 10 – Resultat de l'expérience 2 Mesure de E.

Discussion

On observe que la valeur du module de Young augmente lorsque la quantité d'eau diminue. Plus l'hydrogel est "sec" plus il sera rigide.

4 RELAXATION DE L'HYDROGEL

Nous avons étudié le retour à la courbure naturelle d'une poutre d'hydrogel dans le but de simuler le comportement de l'anneau du sporange lors de la libération des spores grâce au montage suivant : une caméra rapide (+10000 images par seconde) filmera pendant qu'un ambout de seringue servira d'appui pour déformer, suffisament pour considérer une forte déformation, la poutre placée verticalement. D'un coup sec, on va retirer l'ambout et déclencher les vibrations de l'hydrogel. On observe des oscillations amorties rapides puis un retour progressif à la position de référence.

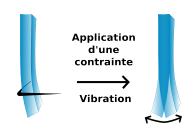


FIGURE 11 – Montage expérimentale 3.

Evolution de la vibration et de la relaxation après application d'une contrainte

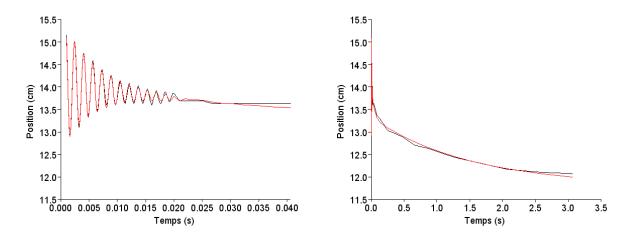


FIGURE 12 – Mise en évidence des deux échelles de temps et ajustement en rouge.

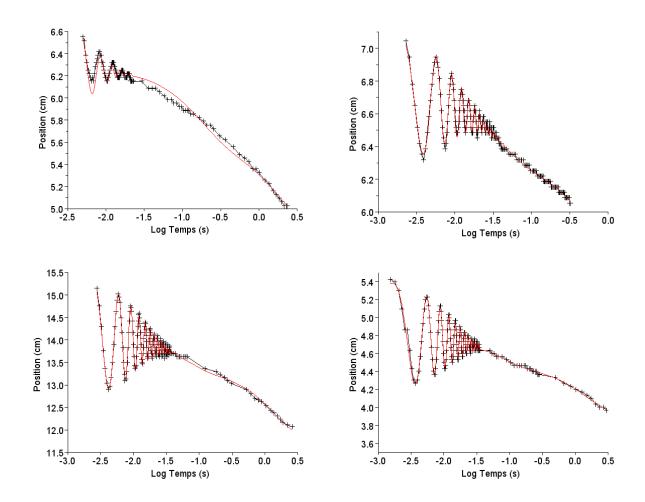


FIGURE 13 – Relaxation à différents temps de séchage (HG : 30min. HD : 1h05. BG : 2h15. BD : 2h50.) et ajustement en rouge.

Discussion et ajustement

Comme on avait pu l'observer avec l'anneau, il existe deux temps caractéristique lors de la relaxation de l'hydrogel : la poutre commence par faire des oscillations rapides et amorties puis tend à retrouver progressivement sa position initiale. On rappelle la forme de la relaxation (Eq. 1) :

L'enjeu maintenant est de trouver les paramètres de $\psi(t)$. On a choisi d'utiliser Scilab et les fonctions d'ajustement de courbes permettant de trouver l'ensemble des paramètres $(\tau_i, \omega, \text{ etc..})$ qui minimise la "distance" entre les points expérimentaux et la loi théorique attendues. Nous avons donc créé et lancé un programme sous scilab, que l'on trouvera en Annexe 6.2. On peut observer l'ajustement en rouge sur les grapiques précédent. On a répertorié les différentes valeurs caractéristiques en fonction du temps de séchage dans le tableau suivant :

Temps de séchage	A	В	С	D	$ au_0$	$ au_1$	$ au_2$	ω	ϕ
	cm	cm	cm	cm	s	s	s	$rad.s^{-1}$	rad.
t = 30min	0,748	0,640	0,804	4,82	$2,21.10^{-3}$	0,21	2	3400	12,42
t = 1h05min	0,449	0,424	1,410	4,86	$5,04.10^{-3}$	$2,27.10^{-2}$	1,5	3700	3,85
t = 2h15min	1,49	0,758	1,52	11,8	$6,05.10^{-3}$	$3,68.10^{-2}$	1,5	3900	9,29
t = 2h50min	0,658	0,329	0,525	3,93	$6,26.10^{-3}$	$4,36.10^{-2}$	1,5	4000	4,14

Temps de séchage	$ au_{1theo.}$	E	τ_0/T	$t_{1prat.}/t_{1theo.}$	
	s	Pa	/	/	
t = 30min	0,283	$3,487.10^{10}$	1,20	0,43	
t = 1h05min	0,239	$4,13.10^{10}$	2,97	0,09	
t = 2h15min	0,215	$4,588.10^{10}$	3,76	0,17	
t = 2h50min	0,204	$4,826.10^{10}$	3,99	0,21	

Les résultats obtenus des ajustements sont cohérents avec nos attentes : plus l'hydrogel sèche et plus il vibre, on doit observer plus de vibrations et cela sur un temps plus long. En effet, on obtient que :

- temps caractéristique inertiel τ_0 augmente progressivement au cours du temps
- le rapport τ_0/T décrivant le nombre d'oscilations augmente également, confirmant donc une vibration beaucoup plus prononcée sur les dernières expériences que sur la première où la poutre était fortement amortie
- la pulsation ω augmente au fur et à mesure que l'hydrogel devient dur

En se servant des pulsations obtenus pour chaque expérience, on en déduit le module de Young [4]:

$$E = \frac{12\rho L^4}{e^2} (\frac{\omega}{3.516})^2 \tag{5}$$

On peut ainsi en déduire τ_1 le premier temps poroélastique donné par l'équation [4] :

$$\tau_1 = \frac{\eta e^2}{kE} \tag{6}$$

Avec $\eta=10^{-3}$ Pa.s, $e=0,68.10^{-3}$ m, $k=\frac{\phi d^2}{96}m^2$. On a estimé que la valeur de phi, la proportion d'interstices sur la surface, se situe entre 10% et 50%. Pour d, qui correspond au diamètre des interstices, la valeur $d=3.10^{-9}$ m a été choisie.

On obtient des temps caractèrisques de l'ordre de 10^{-1} s, comparables eux temps caractéristiques τ_{1prat} , ce que confirme le rapport $\tau_{1prat}/\tau_{1theo.}$, montrant que les deux temps sont du même ordre de grandeur, à un coefficient près.

5 CONCLUSION

La propagation des spores de fougères se décompose en plusieurs étapes régies par différents phénomènes physiques. De la chute de pression dans les cellules de l'anneau, du phénomène de cavitation jusqu'au catapultage des spores puis au retour progressif de cet anneau, il a fallu les étudier et les comprendre afin de pouvoir être capable de réaliser un modèle biomimétique. Ce modèle nonchoisi au hasard devait posséder une caractéristique fondamentale qu'à le sporange : la poroélasticité. Synthétisés sous forme de poutre, suivant le protocole de Wheeler et Stroock[2], les hydrogels possèdent ce caractère poreu. Nous avons, dans le but de tester ce modèle, soumis des poutres d'hydrogel à diverses contraintes : d'abord pour estimer le module d'Young puis dans le but de reproduire le mouvement effectué par l'anneau du sporange. Nous avons remarqué qu'elle réalisait une relaxation en deux temps, un trés court et un plus long exactement comme le sporange. Cependant, il est important de remarquer que les hydrogels ont une tendance à perdre beaucoup de leur eau et ce même à température ambiante. C'est un facteur qu'il a fallu prendre en compte, nos expériences étant réalisées sur plusieurs heures parfois. Malgré cela, il est apparu évident au cours des expériences que l'hydrogel en forme de poutre est un excellent modèle biomimétique pour caractériser le phénomène de dissémination des spores.

Nous tenons à remercier vivement l'équipe qui nous a encadré durant ce stage : Xavier Noblin, Coraline Llorens et Yaroslava Izmaylov de part leur disponibilité et leur investissement. Ils nous ont permis de nous familiariser avec la vie en laboratoire, la recherche, le devellopement, le travail en équipe.

Bibliographie

- [1] X. Noblin, N.O. Rojas, J. Westbrook, C. Llorens, M. Argentina et J. Dumais, *The Fern Sporangium : A Unique Catapult*, Science, vol.335, 2012.
- [2] T.D. Wheeler et A.D. Stroock, *The transpiration of water at negative pressures in a Synthetic Tree*, Nature Mag.
- [3] A.L. King, The Spore Discharge Mechanism of Common Ferns, Physics: A.L. King VOL. 30, 1944.
- [4] L.D. Landau et E.M. Lifshitz, Theory of Elasticity, Course of Theoritical Physics VOL.7, 1959.

6 ANNEXES

6.1 Tableau de valeurs : Perte de masse (Partie 1)

Temps	0	6'57"	10'40"	14'05"	18'00"	23'30"	26'30"	30'20"	33'30"
Masse(g)	0,1392	0,1316	0,1276	0,1247	0,1215	0,1180	0,1165	0,1149	0,1137
Temps	37'00"	41'00"	45'00"	51'30"	57'00"	63'00"	66'00"	79'00"	93'00"
Masse(g)	0,1128	0,1117	0,1111	0,1100	0,1094	0,1088	0,1086	0,1077	0,1069
Temps	101'00"	113'00'	" 121'0	0" 150'	00" 15	57'00"			
Masse(g)	0,1066	0,1061	0,106	0,10	057 0	,1057			

6.2 Programme Scilab : Fit (Partie 3)

```
 \begin{array}{l} {\rm clear}\,; \\ {\rm function}\,y{=}{\rm FF}(x,p),y{=}p(1)*{\rm cos}(p(2)*x{+}p(3)).*{\rm exp}(-x/p(4)){+}p(5){+}p(6)*{\rm exp}(-x/p(7)){+}p(8)*{\rm exp}(-x/p(9)){+}p(10), \\ {\rm endfunction} \\ {\rm X=[]}\,;{\rm Y=[]}\,; \\ {\rm [fid,error]=mopen}({\rm 'test.txt','r'})\,;\,{\rm x=mfscanf}(-1,{\rm fid,'[fid2,error]=mopen}({\rm 'test2.txt','r'})\,;\,{\rm y=mfscanf}(-1,{\rm fid,'})\,; \\ {\rm for}\,\,i{=}1\,:1\,:224,\,{\rm Y=[Y,y(i)]}\,;{\rm X=[X,x(i)]}\,;{\rm end} \\ {\rm Z=[Y\,;X]}\,;\, \\ {\rm function}\,\,{\rm e=G(p,z)},\,{\rm y=z(1)},{\rm x=z(2)}\,;{\rm e=y-FF}({\rm x,p}),\,{\rm endfunction} \\ {\rm p0=[47\,;0.39\,;6.1\,;59\,;351\,;410\,;2000\,;385\,;30000\,;365]}\,; \\ {\rm [p,error]=datafit}({\rm G,Z,p0})\,;\, \\ {\rm scf}(0)\,;{\rm clf}()\,\,{\rm plot2d}({\rm X,Y,1})\,\,{\rm plot2d}({\rm X,FF}({\rm X,p}),5) \\ {\rm mclose}({\rm 'test.txt'})\,;{\rm mclose}({\rm 'test2.txt'})\,; \\ \end{array}
```