

Atomes, molécules et cristaux artificiels : Une expérience dans le domaine des microondes

Bondaz Thibault & Giacometti Fabien

Résumé

L'analogie entre la propagation de microondes dans une cavité à permittivité variable et une particule dans un potentiel variable est proposée ici pour étudier les propriétés de transport électronique dans certains type de cristaux quasi-1D, les polymères conjugués. Des résultats expérimentaux seront présentés dans ce rapport.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Analogie entre physique du solide et propagation de microondes en cavité	1
2.1	Description de l'analogie	1
2.2	Dispositif expérimental et caractérisations	3
3	Un cristal 1D simple : la chaîne régulière de monomères	5
3.1	Densité d'états (locale) et fonction d'onde	5
3.2	Évolution temporelle de la fonction d'onde	6
4	Cristaux quasi-1D : les polymères conducteurs	7
4.1	Le polyacétylène : La chaîne de dimères	7
4.2	Polymères formés de benzènes : le polyacène et le polyparaphénylène	8
5	Conclusion	9
	Remerciements	10
	Références	10

Projet tutoré semestre S6 Licence de Physique (2014)

Effectué dans l'équipe *Physique mésoscopique avec des ondes classiques* du Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (LPMC), UMR 7336 Université de Nice Sophia-Antipolis & CNRS.

Encadrants : Matthieu Bellec & Fabrice Mortessagne

1 Introduction

L'étude de la propagation des ondes en milieux complexes est un sujet de recherche actuel qui regroupe de nombreux domaines de la physique allant de l'optique à l'acoustique en passant par la sismologie. Ce domaine a irrigué de nombreux champs d'applications comme l'imagerie ultrasonore, la tomographie cohérente optique en médecine, le contrôle non destructif dans les applications industrielles ou encore les premières méthodes d'imagerie sismique. Le point commun à tous ses travaux peut être résumé dans le constat suivant : Quelle que soit la complexité du milieu considéré (désordonné, non linéaire, chaotique, *etc...*), la phase d'une onde s'y propageant n'est jamais complètement perdue. Ainsi, par analogie avec la physique du solide, les phénomènes ondulatoires liés à la cohérence de phase, sont qualifiés de *mésoscopiques*. C'est en effet dans le contexte de la physique de la matière condensée qu'on émergeait la plupart des concepts physiques rencontrés dans cette vaste thématique de recherche. Les ondes classiques se propageant dans des systèmes dits *artificiels* ont ainsi été utilisées et manipulées pour émuler voire même surpasser les propriétés de transport électronique propres aux systèmes de la matière condensée. De nombreux phénomènes, difficilement sondables en physique du solide, ont pu être observés directement grâce à la force de cette analogie comme par exemple la localisation d'Anderson [1].

L'objet de ce stage est l'étude, via des systèmes artificiels, des propriétés de transport électronique dans des cristaux quasi-1D : des polymères conducteurs du type polyacétylène. Ces derniers matériaux exhibent des propriétés électroniques remarquables. Fondamentalement, ils ont aussi suscité, il y a quelques décennies, l'attention de la communauté scientifique (modèle SSH). Pour cela, nous utiliserons un système analogue fonctionnant en régime microonde. L'avantage est que les propriétés cristallines de ce matériau artificiel peuvent être manipulées plus aisément que celles de son correspondant réel.

Au cours de ce compte-rendu nous allons voir en détail comment les systèmes microondes, sous certaines conditions, peuvent émuler les propriétés de transport en physique du solide. Dans la section 2, nous développerons cette analogie en se concentrant sur un seul site, un atome artificiel. Le montage expérimental y sera aussi présenté. En section 3, nous utiliserons un cristal 1D simple (une chaîne périodique de monomères) pour présenter les différentes quantités accessibles expérimentalement [densité d'états (locale), fonction d'ondes, évolution temporelle, *etc...*]. Enfin en section 4, nous étudierons les propriétés de transport de cristaux quasi-1D (polymères conducteurs) de différentes géométries (polyacétylène, polyacène et polyparaphénylène).

Notons que certains résultats, notamment concernant les simulations numériques, ne seront pas développés dans ce rapport, mais présentés sur le site web.

2 Analogie entre physique du solide et propagation de microondes en cavité

2.1 Description de l'analogie

Les analogies entre microondes en cavité et physique quantique ont donné lieu à de nombreux résultats notamment pour le chaos quantique [2] ou la localisation forte [1]. En effet, expérimentalement l'analogie formelle entre l'équation de Schrödinger stationnaire et l'équation d'Helmholtz a été très fructueuse, la plupart des expériences utilisent des ondes classiques pour mettre à l'épreuve des prédictions élaborées dans un cadre quantique.

Le principal avantage du support associé à la propagation des microondes réside dans sa facilité

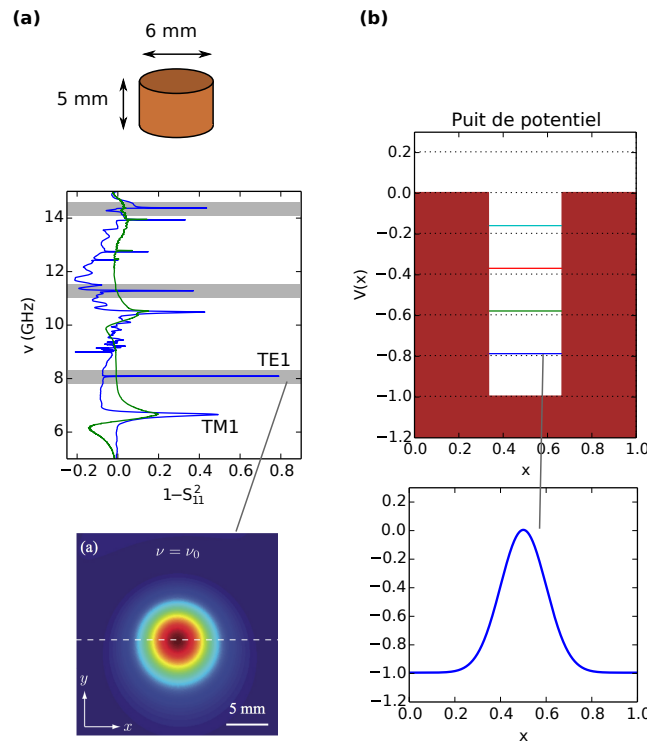


Fig. 1 – Analogies μ ondes/MQ. Dans la colonne (a), de haut en bas : Cylindre de céramique utilisé pour se substituer à un atome, Spectre pour un cylindre pour une large gamme de fréquence (En bleu, avec antenne coudée. En vert, avec antenne droite. Fonction d’onde en 2D sur un résonateur. Dans la colonne (b), de haut en bas : Puits de potentiel et ses niveaux d’énergie, fonction d’onde pour le mode fondamental dans un puits de potentiel.

d’implémentation due à ses dimensions macroscopiques. Nous le verrons la taille typique des atomes artificiels est de l’ordre du centimètre. Ces derniers sont donc plus facile à manipuler que des véritables atomes. Malgré cette différence d’échelle, les deux systèmes obéissent à des lois analogues.

Formellement, dans le cas stationnaire, l’équation de Schrödinger (équation (1)) qui régit le comportement d’une particule dans un potentiel variable $V(\mathbf{r})$ est équivalente à l’équation de Helmholtz (équation (2)) décrivant le champ électromagnétique dans une cavité avec une permittivité variable $\epsilon(\mathbf{r})$.

$$[\nabla^2 + \frac{2m}{\hbar^2}V(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (1)$$

$$[\nabla^2 + (1 - \epsilon(\mathbf{r}))k^2]\Phi(\mathbf{r}) = k^2\Phi(\mathbf{r}) \quad (2)$$

Comme on peut le voir les deux équations sont très similaires et une analogie formelle est faite sur le Tab. 1.

Comme on le verra dans la section suivante le champ électromagnétique est confiné principalement dans le cylindre. Compte tenu de la géométrie de la cavité, la fréquence de coupure dans l’air est de l’ordre de $c/(2h) \simeq 10GHz$. L’indice élevé du résonateur implique une fréquence de coupure inférieure. En conséquence, le champ électromagnétique est confiné principalement dans le cylindre. Des modes évanescents existent à l’extérieur du résonateur et assurent un coulage entre plusieurs sites à la manière de l’effet tunnel dans le cas d’un double puits de potentiel.

Considérons dans un premier temps le cas d’un seul résonateur qui peut-être comparé à un puits de potentiel de taille finie. (Figure 1)

MQ		μ onde		
Energie	E	\longleftrightarrow	k^2	Fréquence
Fct d'ondes	$\Psi(\mathbf{r})$	\longleftrightarrow	$\Phi(\mathbf{r}) \equiv B_z(\mathbf{r})$ ou $E_z(\mathbf{r})$	Champ mag./élec.
Potentiel	$V(\mathbf{r})$	\longleftrightarrow	$(1 - \epsilon(\mathbf{r}))k^2$	Indice

Tab. 1 – Analogies entre mécanique quantique et microondes en cavité.

En balayant une large gamme de fréquences nous observons que le spectre est quantifié, tout comme l'est le spectre énergétique d'une particule dans un puits. Remarquons que certaines résonances sont très piquées, et d'autres "s'étalent" sur un intervalle de fréquences plus important. Nous expliquons cette différence par le type d'antenne utilisé. En effet la courbe bleue correspond au spectre obtenu avec une antenne coudée de façon à ce que le champ électrique soit transverse. En changeant d'antenne (antenne droite), c'est le champ magnétique qui est transverse. (Courbe verte) Nous n'excitons donc pas les mêmes modes selon la polarisation du champ. Dans notre projet seul le premier mode électrique transverse sera considéré (TE1 sur la figure 1). On peut le comparer au mode fondamentale dans un système quantique. Notons également que l'intensité du champ à une fréquence donnée correspond à la probabilité de présence d'une particule pour un niveau d'énergie donnée. Comme attendu dans un système 2D la fonction d'onde associée à l'état fondamental correspond à une fonction de Bessel J_0 [3, 4] (voir figure 1).

2.2 Dispositif expérimental et caractérisations

Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué de quatre éléments : une cavité microonde, un analyseur de réseau vectoriel et un système de platines de translation XY tous deux pilotés par ordinateur (voir figure 2). La cavité est constituée de deux plaques métalliques entre lesquelles est placé le réseau de résonateurs diélectriques. Deux antennes, 1 et 2, sont introduites dans la cavité et reliées à l'analyseur de réseau. Deux types d'antenne (dipôle et boucle) sont utilisés et permettent de générer un champ électrique transverse (TE). En travaillant avec le mode TE1, on s'assure de respecter l'approximation 2D du problème. Le signal microondes est généré et collecté via l'analyseur de réseau et permet d'obtenir la matrice de diffusion S . La quantité mesurée peut être (i) soit le signal réfléchi au niveau de l'antenne 1 et l'antenne 2, S_{11} et S_{22} , (ii) soit le signal transmis entre l'antenne 1 et 2, S_{12} et S_{21} . Il faut noter que la plaque supérieure est mobile et permet ainsi de sonder le champ dans toute la cavité. L'analyseur de réseau vectoriel (ZVA24, Rohde& Schwartz) permet de balayer une gamme de fréquences allant de 10MHz à 24 GHz. L'analyseur de réseau requiert une calibration adéquate afin d'éliminer les signaux parasites dus aux réflexions d'ondes

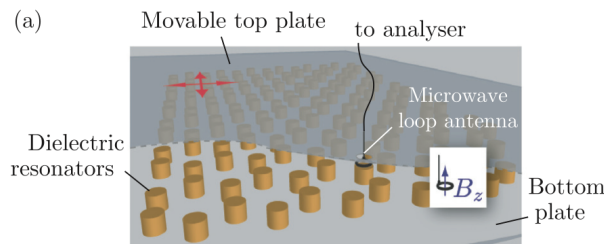


Fig. 2 – Schéma du dispositif expérimental.

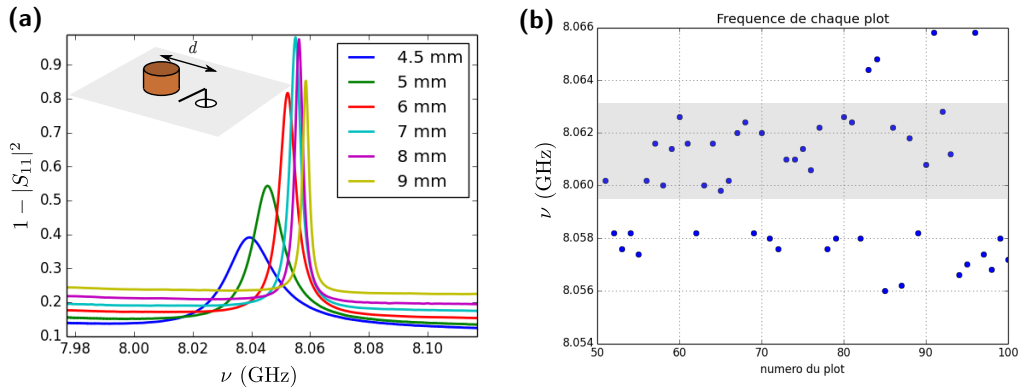


Fig. 3 – Caractérisation des résonateurs. (a) Mesure du spectre pour un résonateur situé à une distance variable de l’antenne. (b) Fréquence de résonance de chacun des diffuseurs pour une distance de 7 mm. La partie grisée correspond aux résonateurs que nous avons utilisé pour construire les molécules artificielles.

dans les canaux de transmission. Enfin, un ordinateur relié à l’analyseur permet de lancer et de sauvegarder les mesures. Par ailleurs, l’ordinateur permet aussi de piloter, avec une précision de 10^{-4} m, le bras mécanique indispensable pour placer les résonateurs qui composent le réseau.

Caractérisation des résonateurs

La taille typique des 50 résonateurs (numérotés de 51 à 100) utilisés est de 6 mm de diamètre et 5 mm de hauteur. L’indice de réfraction est relativement élevé et vaut $n \simeq 6$ et $\epsilon = 37$. Pour commencer nous allons étudier le couplage entre l’antenne (type dipôle, voir encart de la figure 3.a) et un seul résonateur en variant la distance qui les sépare. La réponse optimale correspondant à un compromis entre une intensité importante et une faible largeur de résonance est obtenu pour une distance de 7 mm. (figure 3.a)

Nous procédons ensuite à une mesure systématique de la fréquence propre de chaque résonateur (figure 3.b). Pour cela nous avons mesuré $1 - |S_{11}|^2$ sur une gamme de fréquence allant de 7.83GHz à 8.33GHz.

Afin de construire des réseaux constitués de résonateurs identiques, on considérera seulement les résonateurs contenus dans la zone grisée de la figure 3.b. La valeur moyenne est de 8.061 GHz. L’écart type de ses résonances est suffisamment faible devant la largeur typique de la résonance pour que tous les cylindres puissent être considérés comme identiques.

Caractérisation du couplage entre deux résonateurs

Comme déjà discuté, le champ évanescence à l’extérieur des résonateurs permet un couplage entre des sites suffisamment proche les uns des autres. Pour cela nous faisons varier la séparation centre à centre d entre deux sites et mesurons le spectre résultant. On observe l’apparition de deux résonances autour de la fréquence propre des résonateurs. Cela correspond à une levée de dégénérescence due au couplage. La différence de fréquence entre les deux résonances est directement reliée au terme de couplage t . Sera présentée sur le site une modélisation dite de liaisons fortes dans laquelle t correspond aux termes non-diagonaux d’un Hamiltonien effectif.

Compte tenu de la loi décrivant le mode évanescence en dehors du résonateur la loi de couplage peut être exprimée de la façon suivante : $t(d) = A.K_0(dB/2)^2 + C$, avec $A = 1,22$ et $B = 0,33$ et $C = 4,8.10^{-4}$, et où J_0 est une fonction de Bessel modifiée. Plus de détails, notamment concernant

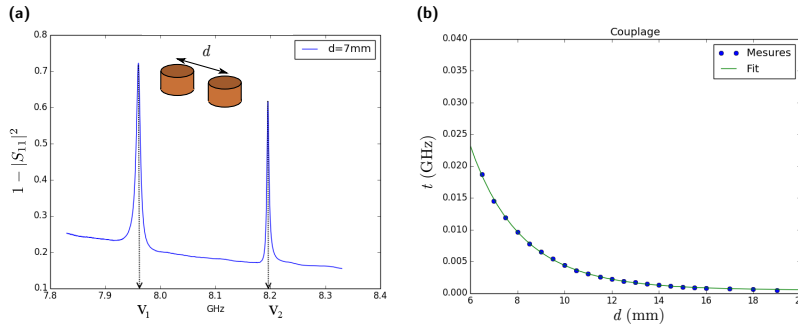


Fig. 4 – (a) Spectre pour deux cylindres éloignés de 7mm. La différence en fréquence ($\nu_2 - \nu_1$) est directement reliée à la valeur du couplage. (b) Valeur du couplage en fonction de la distance d et un ajustement par une fonction de Bessel (voir texte).

la détermination des termes de couplage, peuvent être trouvés dans les références [3, 4]. Cette caractérisation nous permet (i) expérimentalement d’ajuster la distance d pour un couplage t donné et (ii) d’alimenter le modèle numérique qui sera présenté sur notre site web.

3 Un cristal 1D simple : la chaîne régulière de monomères

A partir de la caractérisation des briques élémentaires vue dans la section précédente, nous allons étudier un cas simple d’un cristal à une dimension : La chaîne de monomères. Le but est de présenter les différentes quantités accessibles expérimentalement et comment y accéder.

3.1 Densité d’états (locale) et fonction d’onde

A partir du spectre en réflexion $S_{11}(\nu)$ mesurée à la position \mathbf{r}_1 ¹, on définit la fonction g de la façon suivante :

$$g(\mathbf{r}_1, \nu) = \frac{|S_{11}(\nu)|^2}{\langle |S_{11}(\nu)|^2 \rangle_\nu} \phi'_{11}(\nu) \quad (3)$$

où $\langle \dots \rangle_\nu$ est la moyenne sur toute la gamme de fréquence du spectre, ϕ_{11} est la phase du signal réfléchi : $\phi_{11} = \text{Arg}(S_{11})$, et ϕ'_{11} est la dérivé par rapport à la fréquence ν .

Comme détaillé dans la référence [4], cette fonction g est reliée à la densité d’états locale (LDOS). La figure 5.a reporte la mesure de g pour chaque site défini par une couleur (du rouge, à gauche au bleu, à droite).

Remarquons que le nombre d’états possible du système est fini et que ceux-ci se concentrent sur les fréquences les plus éloignées de la fréquence centrale de façon quasi-symétrique. La symétrie n’est cependant pas parfaite. On explique cela par un couplage plus faible avec les second voisins (expliqué plus en détail sur le site internet).

A partir de la LDOS, pour une fréquence de résonance donnée, par exemple $\nu_1 = 7.9997$ GHz (voir zoom sur la figure 5.b), il est possible de reconstituer la fonction d’onde associée. En effet, la contribution de chaque site pour un mode à une fréquence donnée correspond à la valeur de la LDOS à cette fréquence. Pour ν_1 , on observe que l’intensité de la fonction d’onde se répartit principalement au centre de la chaîne. Un autre exemple est donné dans la figure 5.b avec $\nu_2 = 8.0677$

1. Comme précisé précédemment, la mesure peut être effectuée en tout point de la cavité grâce à la plaque supérieure qui est mobile. Nous nous limitons ici à une mesure au dessus de chacun des résonateurs.

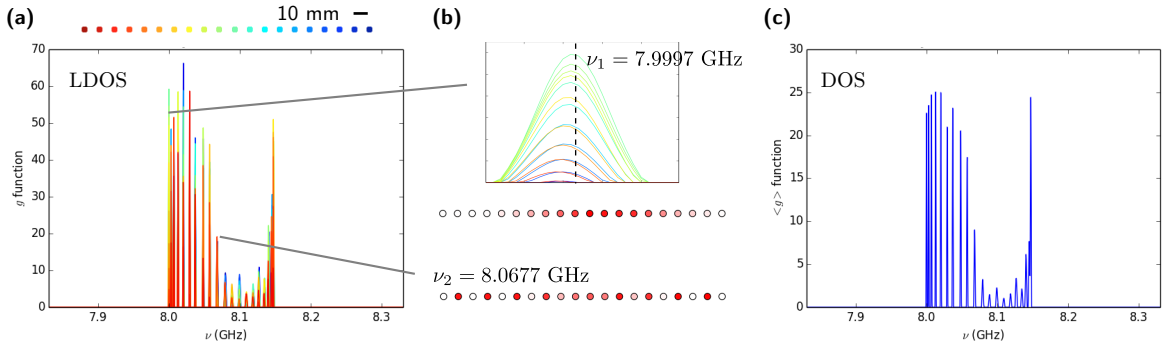


Fig. 5 – Quantités obtenues à partir de la mesure en réflexion S_{11} dans le cas d’une chaîne périodique 1D. (a) Fonction g correspondant à la densité d’états locale. Le code couleur représente la position des résonateurs. (b) Zoom autour de la résonance ν_1 et fonction d’onde associée, en dessous fonction d’onde associée à la résonance ν_2 . (c) Fonction g moyennée spatialement correspondant à la densité d’états.

GHz. On observe une répartition différente avec notamment en bout de chaîne l’excitation d’un site sur deux. Notons que le spectre d’une chaîne comportant un nombre de sites impairs laisse apparaître une résonance centrale dont la fonction d’onde associée est répartie un site sur deux. Ce cas sera discuté sur le site web. Remarquons que les fonctions d’onde présentées ici sont similaires aux modes de vibrations d’une corde.

Comme représentée sur la figure 5.c, la mesure de la fonction g moyennée sur chacun des sites permet d’obtenir la densité d’états (DOS). On remarque que dans le cas de la chaîne linéaire la répartition des états se fait principalement sur les extrémités de la bande. Ce résultat est en bon accord avec les prédictions issues des modèles utilisés en physique du solide (liaisons fortes). D’autre part le spectre présente une certaine dissymétrie, ceci peut s’expliquer par le fait que les couplages entre second et troisième voisins ne peuvent pas être négligés [4]. Cet aspect sera abordé via des simulations numériques sur le site web.

3.2 Évolution temporelle de la fonction d’onde

Les spectres en transmission S_{12} sont mesurés entre l’antenne 1 (type dipôle) fixée sur la plaque inférieure et l’antenne 2 (type boucle) fixée à la plaque supérieure mobile. Ces mesures permettent d’avoir accès à l’évolution temporelle de l’intensité de la fonction d’onde sur chacun des sites via une transformée de Fourier adéquate [5]. Suivant la gamme de fréquence considérée pour cette transformation, on peut obtenir la réponse impulsionnelle du système (excitation de tous les modes) ou l’oscillation d’un mode propre. Ce dernier cas n’est pas présenté dans ce rapport mais est discuté sur le site internet.

Comme représenté sur la figure 6, à partir de S_{12} (a), nous avons effectué la transformée de Fourier sur toute la gamme spectrale (b). Notons que dans ce cas aussi, le code couleur correspond à la position des résonateurs (voir figure 5.a). Pour chaque pas de temps allant de $t_0 = 0$ à $t_f = 100$ ns, l’intensité de la fonction d’onde est tracée. L’évolution globale est montrée sur la figure 6.c, la flèche rouge représentant la position de l’antenne 1. On observe clairement un phénomène de réflexion à l’extrémité droite de la chaîne pour $t \simeq t_f/2$. La transformée de Fourier laisse apparaître une décroissance de l’intensité due aux pertes à la propagation que nous avons compensée pour tracer la figure 6.c.

Pour résumer, le système artificiel et le dispositif expérimental proposés ici permettent d’avoir accès à différentes quantités, souvent rencontrées en physique du solide, à savoir : LDOS, DOS,

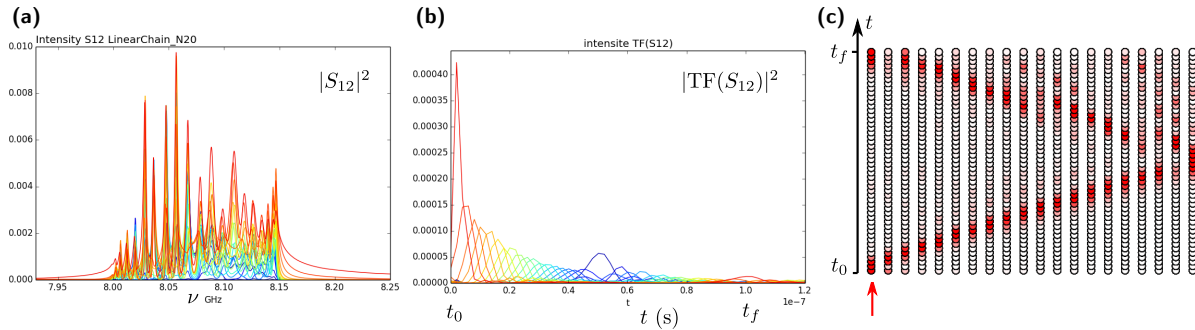


Fig. 6 – Quantités obtenues à partir de la mesure en transmission S_{12} dans le cas d’une chaîne périodique 1D régulière. (a) Intensité du spectre $|S_{12}|^2$. (b) Module au carré de la transformée de Fourier de S_{12} évalué sur toute la largeur du spectre. (c) Évolution temporelle correspondante. La flèche rouge indique la position de l’antenne 1.

fonction d’onde (en régimes stationnaire et dépendant du temps).

4 Cristaux quasi-1D : les polymères conducteurs

Dans cette section, nous présenterons les résultats obtenus pour différentes molécules artificielles. Nous allons plus particulièrement nous intéresser aux polymères conjugués qui ont valu à leurs découvreurs le prix Nobel de chimie en 2000 [6].

4.1 Le polyacétylène : La chaîne de dimères

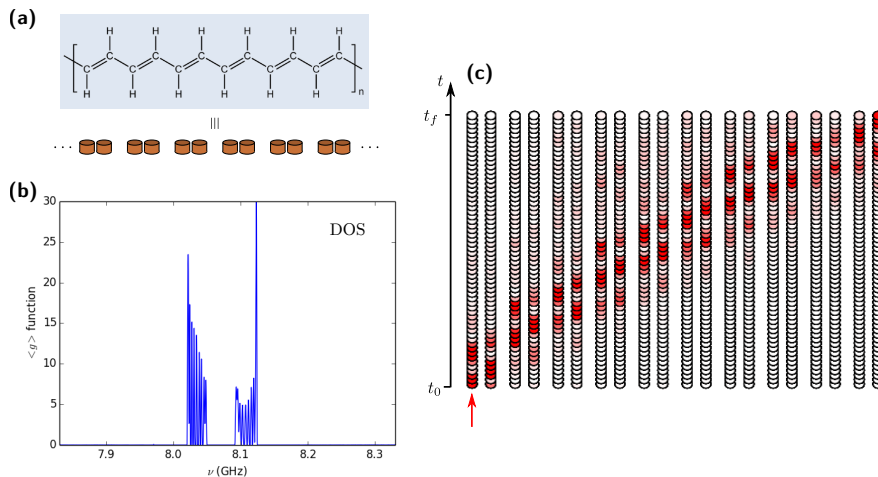


Fig. 7 – Quantités obtenues à partir de la mesure en transmission S_{12} dans le cas d’une chaîne de dimères. (a) Analogie entre une molécule de polyacétylène et une chaîne composée de résonateurs. (b) Fonction g moyennée spatialement correspondant à la densité d’état. (c) Évolution temporelle de l’onde en réaction à une impulsion.

Le polyacétylène peut-être modélisé par une chaîne de dimères présentant une alternance de couplage fort et couplage faible. Dans notre cas nous utiliserons une chaîne de résonateurs présentant une alternance de distance courte (intra-dimère) et longue distance (inter-dimère), d_1 et d_2 respectivement (voir figure 7.a). La figure 7.b présente la DOS pour $d_1 = 10$ mm et $d_2 = 13$ mm. On distingue clairement deux bandes de fréquences séparées par une bande interdite. La figure 7.c,

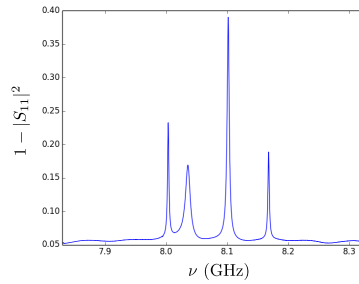


Fig. 8 – Mesure du spectre en réflexion pour la molécule de benzène.

présente l'évolution temporelle de la fonction d'onde quand l'extrémité gauche de la chaîne est excitée (flèche rouge). Le pas de temps est identique à celui présenté pour la chaîne linéaire dans la figure 5.c. On constate que l'évolution de l'impulsion est plus lente dans le cas de la chaîne de dimères d'un facteur proche de 2. Notons que l'onde se propage comme deux masse reliées par un ressort sur un rail.

4.2 Polymères formés de benzènes : le polyacène et le polyparaphénylène

La cellule de base des polymères étudiés ici est une molécule de benzène formée de 6 atomes de carbone arrangés de façon hexagonale. Cette forme particulière contient plusieurs symétries spatiales qui se répercutent dans le spectre. En effet, seulement 4 valeurs propres sont attendues dans ce cas, deux valeurs propres étant dégénérées [7]. Cet aspect sera discuté plus en détail et accompagné de simulations numériques dans notre site web. Comme indiqué sur le figure 8, le spectre de notre molécule de benzène artificielle présente effectivement quatre résonances.

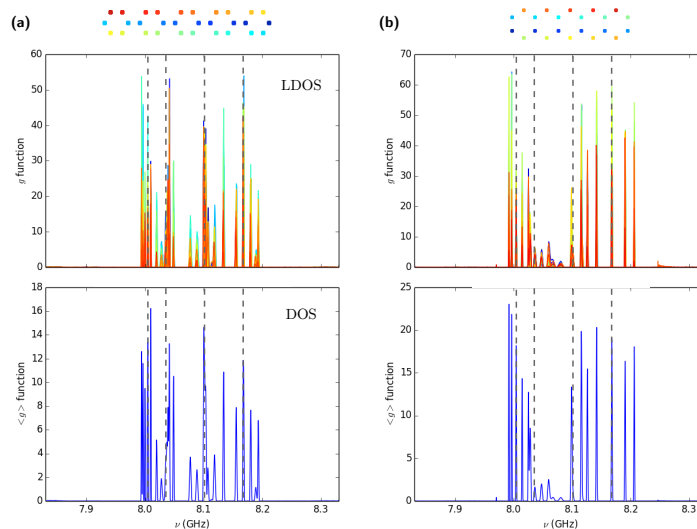


Fig. 9 – a) Spectre du polyparaphénylène. b) Spectre du polyacène. Les pointillés marquent la position des fréquences propres du benzène.

On se propose d'étudier deux polymères conjugués formés à partir du benzène : (i) le polyparaphénylène et (ii) le polyacène. Leur schéma et leur spectre sont représentés respectivement sur la Fig. 9.a et 9.b. On observe que les résonances apparaissent autour des résonances propres du

benzène (traits pointillés). Pour un plus grand nombre de cellules de benzène, on s'attend à obtenir une structure de bandes typique des polymères conjugués. Ce comportement semble se démarquer dans le cas du polyparaphénylène et paraît relativement peu présent pour le polyacène. La différence entre les spectres se traduit par une différence dans le transport d'une impulsion, comme on peut le constater sur la figure 10. On peut aussi noter l'influence de la position de l'antenne (trait noir à $t = 0$) sur la propagation.

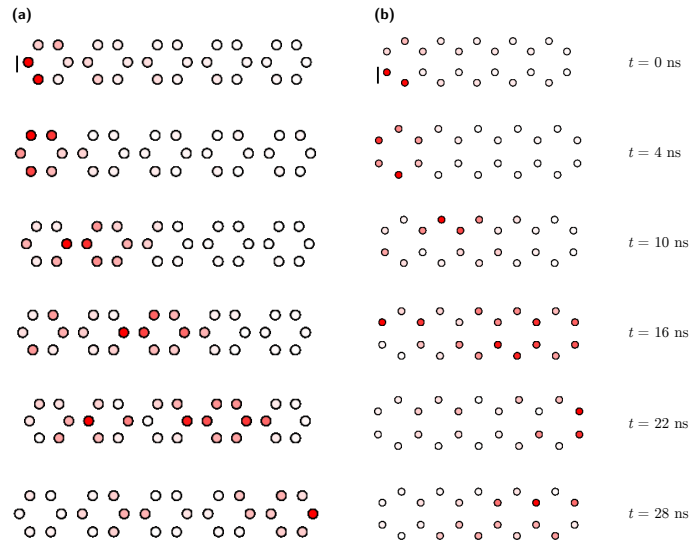


Fig. 10 – Propagation d'une impulsion dans une chaîne de benzène. (a) Polyparaphénylène. (b) Polyacène. Le trait noir à $t = 0$ représente la position de l'antenne fixe.

5 Conclusion

L'analogie entre la propagation de microondes dans une cavité à permittivité variable et une particule dans un potentiel variable a été proposée pour étudier les propriétés de transport électronique dans une famille de cristaux quasi-1D : des polymères conjugués. Les briques élémentaires composant ce système artificiel, le dispositif expérimental et les quantités physiques accessibles ont d'abord été présentés. Les polymères du type polyacétylène, polyacène et polyparaphénylène ont ensuite été étudiés. Dans ce rapport, nous avons principalement décrits des résultats expérimentaux qui seront complétés par des résultats numériques sur notre site web.

Bien que cette étude nécessite de plus amples investigations, nous avons pu pendant ce stage approcher différents domaines de la physique allant de l'électromagnétisme à la mécanique quantique en passant par le traitement du signal. Nous avons aussi pu découvrir un nouveau langage de programmation. En outre, le système que nous avons étudié pendant ce stage est un outil pédagogique efficace pour la compréhension des phénomènes rencontrés en mécanique quantique.

Remerciements

Nous remercions sincèrement l'équipe pédagogique du département Physique de l'Université Nice-Sophia Antipolis pour ces trois années riche en enseignement, ainsi que le personnel du Laboratoire de Physique de la Matière Condensée. Nous tenons à remercier plus particulièrement Matthieu Bellec et Fabrice Mortessagne pour leurs explications, leur patience et leurs compétences qui nous ont permis de mener ce projet à bien.

Références

- [1] D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste and F. Mortessagne, “Localized Modes in a Finite-Size Open Disordered Microwave Cavity” *Phys. Rev. Lett.* **99**, 253902 (2007).
- [2] F.Mortessagne “Une contribution au chaos ondulatoire expérimental”, HDR Université Nice Sophia-Antipolis (2006). [HAL](#)
- [3] L. de Forges de Parny, “Analogie Microondes du Modèle de Liaisons Fortes - Application au Graphène”, Master Thesis, University Nice-Sophia Antipolis (2009).
- [4] M. Bellec, U. Kuhl, G. Montambaux and F. Mortessagne, “Tight-binding couplings in microwave artificial graphen” *Phys. Rev. B* **88**, 115437 (2013).
- [5] J. Böhm, “Quantum search algorithm and directed transport in microwave tight-binding systems”, Master Thesis, University Nice-Sophia Antipolis (2012).
- [6] A. J. Heeger, “Nobel Lecture : Semiconducting and metallic polymers : The fourth generation of polymeric materials”, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 681 (2001).
- [7] M. Le Bellac, “Physique Quantique”, EDP Sciences-CNRS éditions (Paris, 2007).