

Rapport de projet tuteuré

2013/2014

## Fabrication de cristaux photoniques 3D:

### « BANDE INTERDITE »

Réalisé par : **El Abdellaoui Youssra**

et

**Meunier Thomas**

Encadré par : **Persello Jacques**

Au : **Laboratoire de la Matière Condensée**

<b>Introduction</b>	<b>page 3</b>
<b>I. Qu'est une bande interdite photonique ?</b>	<b>page 4</b>
<b>II. Caractérisation théorique</b>	<b>page 5</b>
<b>III. Illustration du phénomène</b>	<b>page 7</b>
<b>Conclusion</b>	<b>page 9</b>
<b>Remerciements</b>	<b>page 9</b>
<b>Références</b>	<b>page 10</b>

# Introduction

Durant ce projet, nous nous sommes intéressés à la fabrication de cristaux photoniques, structures périodiques de matériaux diélectriques modifiant la propagation des ondes électromagnétiques.

Les matériaux à bande interdite photonique (BIP) ou *cristaux photoniques* sont des structures modifiant la propagation des ondes électromagnétiques. Il en existe 3 formes qui sont caractérisées par le nombre de directions de la périodicité de l'indice optique:

- Périodicité dans une seule direction : cristal photonique 1D (ou miroir de Bragg)
- Périodicité dans deux directions de l'espace : cristal photonique 2D ;
- Périodicité dans toutes les directions de l'espace : cristal photonique 3D.

La propriété la plus utilisée et la plus intéressante lorsqu'on parle des cristaux photoniques met en jeu la notion de bande interdite. En effet, à cause de la périodicité des indices optiques des matériaux qui les constituent, ces cristaux peuvent empêcher la propagation de la lumière pour certaines gammes de longueur d'onde : ces gammes sont appelés bandes interdites photoniques.

Dans ce rapport, nous avons donc choisi de travailler sur la caractérisation théorique de cette bande. Cela nous semble être l'aspect technique le plus intéressant à développer car il est le plus en adéquation avec notre cursus actuel et surtout cela nous permet de démontrer théoriquement ce que l'on a mis en évidence expérimentalement.

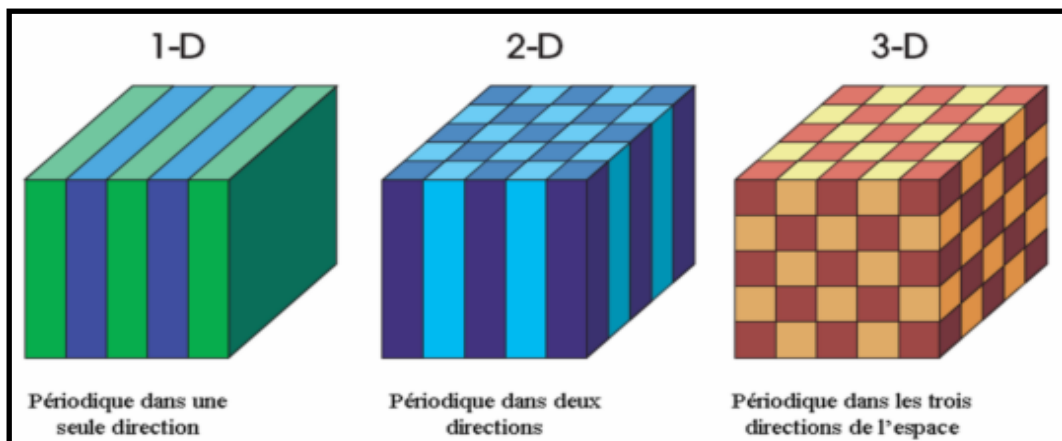
Ce rapport s'articulera autour de 3 axes :

- Le premier présentera le concept de « bande interdite photonique » ;
- Le deuxième sera consacré aux calculs théoriques qui découleront sur la caractérisation de cette gamme de longueur d'onde ;
- Le dernier chapitre nous permettra d'illustrer la notion de BIP en quantifiant la bande interdite de 2 cristaux photoniques 1D (GaAs/Air et GaAs/GaAsIAs).

# I. Présentation de la bande interdite

Notion fondamentale lorsqu'on parle de cristaux photoniques, le terme de bande interdite (ou « band gap »), a été introduit par Lord Rayleigh en 1887 pour expliquer pourquoi des structures tels que les miroirs de Bragg (une sorte de cristal photonique 1D) possédaient une très grande réflectivité exclusivement pour certaines longueurs d'onde.

C'est 1987, avec les travaux de Eli Yablonovitch et de John Sajeev, que les concepts de cristaux photoniques 2D et 3D furent créés, et avec eux ceux des BIP multidimensionnels.



*Figure 1.1 : Représentation schématique de cristaux photoniques 1D, 2D, 3D. Les différences de couleurs correspondent à une différence d'indice de réfraction*

En physique du solide le comportement des photons dans un cristal photonique est régi par la périodicité de l'indice optique des 2 milieux qui composent le cristal. Cette périodicité autorise ou interdit la propagation des photons pour certaines énergies et certaines directions de propagation: en clair les photons ne peuvent pas traverser le cristal avec n'importe quelle énergie.

Grâce à la périodicité des indices des 2 milieux, on peut appliquer le théorème de Bloch [1]. Ainsi, les relations de dispersion qui en découlent, aussi appelées structures de bande, donnent les énergies en fonction des vecteurs d'ondes et sont donc constituées de bandes permises (où la propagation est autorisée) et de bandes interdites (où elle ne peut pas avoir lieu).

L'étude de la structure de bandes d'un cristal photonique est essentielle car elle est riche en informations. En effet, elle permet de connaître :

- les états permis dans le cristal photonique, “les modes de Bloch”;
- les densités d'états associés aux modes de Bloch;
- les positions et les largeurs des bandes interdites;
- la répartition du champ électromagnétique dans le cristal.

On peut donc affirmer que l'étude des bandes interdites photoniques constitue, avec la fabrication des dits cristaux, la base de cette discipline.

## II. Calculs théoriques

Les équations de Maxwell dans un milieu diélectrique et non magnétique s'écrivent :

$$\boxed{\nabla \wedge E(r,t) = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H(r,t)} \quad (1.1)$$

$$\boxed{\nabla \wedge H(r,t) = \varepsilon_0 \varepsilon(r) \frac{\partial}{\partial t} E(r,t)} \quad (1.2)$$

où  $\nabla$  est l'opérateur nabla,  $\varepsilon(r)$  et  $\mu_0$  la permittivité diélectrique et la constante magnétique,  $E$  et  $H$  les vecteurs champ électrique et champ magnétique, et  $r$  et  $t$  les coordonnées d'espace et de temps.

N-B : Pour retomber sur une équation utilisant les indices de réfraction, il suffit simplement

d'appliquer la formule  $n^2 = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}$  (où  $\varepsilon_0$  est la permittivité diélectrique du vide) [2].

En manipulant ces 2 équations [3], on obtient, pour le champ électrique, l'équation de propagation suivante :

$$\boxed{\frac{1}{\varepsilon(r)} \nabla \wedge [\nabla \wedge E(r)] = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(r)} \quad (1.3)$$

En injectant (1.3) dans l'équation (1.1), on obtient

$$\boxed{\nabla \wedge [\nabla \wedge E(r)] = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(r) E(r)} \quad (1.4)$$

On remarque que l'équation de propagation d'un champ électromagnétique (1.4), qui permet de contrôler la propagation des photons dans la matière, est analogue à l'équation ce qui permet de traiter les fonctions d'ondes électroniques :

$$\boxed{\nabla^2 \psi(r) = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - V(r)] \psi(r)} \quad (1.5)$$

*Ici, on peut voir que la permittivité diélectrique  $\varepsilon_r(r)$  équivaut au potentiel  $V(r)$  de l'équation (1.5).*

*La seule différence entre ces 2 équations consiste en leur nature : elle est scalaire dans le cas de (1.4) et vectorielle dans le cas de (1.5). [4]*

Puisque la permittivité diélectrique  $\varepsilon_r(r)$  est périodique, le milieu possède lui aussi cette périodicité, on peut donc utiliser le théorème de Bloch [1] qui indique que l'équation (1.4) peut se résoudre en décomposant  $\varepsilon_r(r)$  puis  $E(r)$  (cette décomposition est explicité par Lydie FERRIER dans sa thèse [5]) sous la forme:

$$\varepsilon_r(r) = \sum_G \varepsilon_r(G) \exp[iG.r] \quad (1.6)$$

$$E(r) = \sum_G \bar{E}(G) \exp[i(k + G).r] \quad (1.7)$$

où  $k$  est le vecteur d'onde et  $G$  un vecteur appartenant au réseau réciproque (=espace de Fourier) de la maille primitive du cristal [6].

En remplaçant ces termes dans l'équation (1.4), on obtient:

$$-(G+k) \wedge [(G+k) \wedge \bar{E}(G)] = \frac{\omega_p^2(k)}{c^2} \sum_{G'} \varepsilon_r(G-G') \bar{E}(G') \quad (1.8)$$

En développant l'équation (1.8), on tombe sur une équation aux valeurs propres  $\frac{\omega_p^2(k)}{c^2}$  et de vecteurs propres  $\varepsilon_r \bar{E}(G)$  (avec  $\bar{E}(G)$  la transformée de Fourier de  $E(r)$ ).

En se limitant à  $N$  vecteurs du réseau réciproque, le problème est de dimension  $3N \times 3N$ , ce qui est bien trop compliqué à calculer. Pourtant, en pratique seules deux polarisations transverses de  $E$  sont à prendre en compte donc on peut ramener le problème à  $2N$  inconnues.

Ainsi, si on diagonalise chaque valeur de  $k$ , on peut déterminer les valeurs propres  $\omega_p(k)$ . De plus, les états propres des vecteurs  $k$  et  $G+k$  sont équivalents en termes d'énergie et de vecteurs d'onde lorsque  $G$  appartient à la 1<sup>ère</sup> zone de Brillouin [6] (le réseau réciproque de la maille primitive du cristal [7]). Les valeurs de  $k$  sont ainsi limitées à certaines directions de symétrie de cette zone.

Cela permet d'obtenir l'ensemble des solutions  $\omega_p(k)$ , représentant les courbes de dispersion du cristal photonique. Généralement, les fréquences  $\omega_p(k)$  recouvrent continuellement le spectre d'énergie dans la première zone de Brillouin. Mais cependant, il existe des domaines d'énergie dans lesquels aucun mode  $\omega_p(k)$  n'est accessible : ce sont les bandes interdites photoniques.

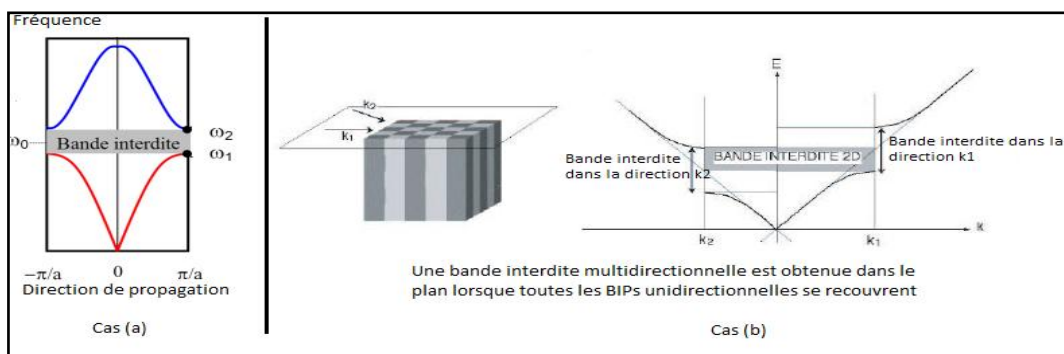


Figure 2.1 : Exemple typique d'un diagramme de bandes dans le cas d'un (a) cristal photonique 1D (b) 2D.

### III. Illustration du problème

Afin d'illustrer cette notion de bande interdite photonique, nous allons considérer un milieu constitué d'une alternance de couches d'épaisseur  $0,5a$  dans une seule direction de deux matériaux différents. Il s'agit donc d'un miroir de Bragg (un cristal photonique 1D). Le principe est le même pour les cristaux photoniques 2D et 3D mais les calculs sont plus lourds et doivent être résolus numériquement. L'avantage des 3D est que la lumière peut être réfléchi quel que l'angle d'incidence.

Nous allons donc considérer un milieu constitué d'une alternance de couches d'épaisseur  $0,5a$  d'Arséniure de gallium ou GaAs [8] et d'un autre milieu (air puis GaAsIAs). Prenons par exemple une onde plane électromagnétique de vecteur d'onde  $k$  selon la direction de l'empilement des couches. A chaque interface, cette onde va être en partie réfléchi et transmise : l'onde va donc se réfléchir à chaque interface de cellule périodique élémentaire pour donner une onde de vecteur d'onde  $-k$ :

-le déphasage  $\Delta\varphi$  entre 2 ondes réfléchies séparées par une cellule élémentaire de la structure périodique est  $2ak$  [9]. Ainsi, lorsqu'on a des valeurs  $k$  très différentes de  $\pm p\pi/a$  ( $p = 0, 1, 2, \dots$ ), le déphasage entre deux ondes réfléchies successives est trop important : les ondes réfléchies interfèrent destructivement ;

-au contraire, pour  $k \approx \pm p\pi/a$ , les ondes réfléchies interfèrent constructivement (car  $\Delta\varphi = \pm 2p\pi$  [9]): cela produit une dégénérescence au centre et en bord de la première zone de Brillouin, qui est la zone où les solutions  $\omega_p(k)$  de l'équation (1.4), qu'on appelle aussi modes de Bloch, se croisent (figure 3.1). En effet, deux ondes de même énergie et de même vecteur d'onde qui se propagent dans deux directions opposées se couplent. Ce couplage donne en bord de première zone de Brillouin, une onde stationnaire de vecteur d'onde  $k = \pi/a$ , donc de longueur d'onde  $2a$  (deux fois la période). Il n'y a que deux ondes stationnaires de ce type qui peuvent exister dans la structure sans violer la symétrie : les maxima de l'une de ces ondes stationnaires sont situés dans le matériau de bas indice, et ceux de l'autre sont situés dans le matériau de fort indice (figure 4.1).

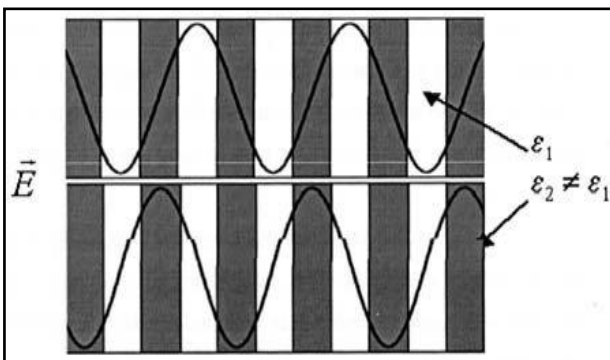


Figure 4.1 : Champ électrique des deux ondes stationnaires en bord de première zone de Brillouin d'une structure multicouche de matériaux d'indice de réfraction différents.

Le fait que l'énergie d'une onde électromagnétique est proportionnelle à  $\frac{|E|^2}{\epsilon_r}$  entraîne que ces deux ondes n'auront pas la même énergie, il y aura donc une levée de dégénérescence (avec  $\epsilon_r$  la constante diélectrique du milieu).

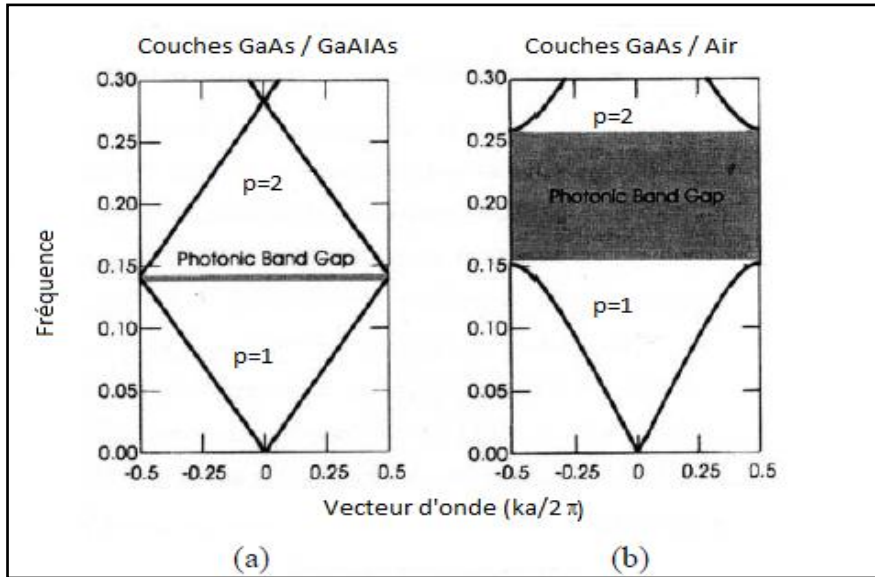


Figure 3.1 : Courbes de dispersion  $\omega_p(k)$  de nos 2 cristaux 1D.

Les périodes des multicouches sont égales à  $a$  et l'épaisseur d'une seule couche est de  $0,5a$ .  
 (a) les indices des couches sont 3,6 et 3,46 (b) les indices des couches sont 3,6 et 1

On voit donc qu'il existe une zone où aucune fréquence ne peut exister, et ce qu'elle que soit la direction de propagation de l'onde (représentée par  $k$ ) : on parle de bandes interdites photoniques (BIP ou « photonic band gap » sur le schéma).

On peut ainsi remarquer que plus la différence d'indice entre les milieux est faible, plus la BIP sera étroite. En effet, sa largeur est une fonction croissante de la différence d'indice entre les deux matériaux. Malgré tout, cette bande existera dès que l'agencement des milieux 1 et 2 vérifie  $n_1 \neq n_2$ .

**NB :** Pour un contraste d'indice faible, cette largeur peut-être approchée par  $\Delta\omega_1 = \Delta\omega_0 \left( \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2\epsilon_{moy}} \right)$

(où  $\epsilon_{moy}$  est la permittivité diélectrique moyenne).



## Conclusion

Nous avons théorisé puis illustré l'ouverture d'une bande de fréquences où aucun mode n'est accessible, c'est à dire une bande interdite photonique qui existe quelles que soient les caractéristiques de l'empilement du cristal et pour n'importe quelle direction de propagation de l'onde.

Malheureusement, les cristaux photoniques 1D ne permettent de réfléchir que des photons ayant une direction de propagation proche de la normale à l'empilement.

La réalisation d'un matériau périodique à deux ou trois dimensions (cristal photonique 2D ou 3D) permet une généralisation de ce concept. Dans ce cas, la bande interdite s'obtient par recouvrement des bandes interdites unidimensionnelles de toutes les directions du plan et de l'espace (voir figure 2.1 page 7). Cependant, contrairement au cas unidimensionnel où la bande interdite suivant la normale existe quelles que soient les caractéristiques du cristal photonique, l'ouverture d'une bande interdite à deux ou trois dimensions dépend de plusieurs autres facteurs : le réseau périodique, le motif et la périodicité des indices de réfraction entre autres (ceci est expliqué plus en détail dans la thèse de Mme Lydie FERRIER) [11].

On peut aussi remarquer que l'étude des bandes interdites (et donc des cristaux photoniques en général) fait intervenir de nombreux domaines de la physique (mécanique quantique, optique, électromagnétisme et physique du solide) et de la chimie (le processus de fabrication du cristal photonique sera abordé sur le site internet).

Du fait de leurs propriétés optiques spécifiques (un tel objet serait par exemple en mesure de « ralentir la lumière » : comme l'explique Damien Bernier dans sa thèse [12]), les cristaux photoniques offrent de nouvelles perspectives pour le confinement, le stockage, le filtrage ou encore le guidage de la lumière : cela est susceptible d'intéresser (et intéresse déjà !) de nombreux domaines (imagerie, communications entre autres). C'est pour cela que depuis quelques années, l'intérêt des chercheurs vis-à-vis de l'étude et de la synthèse des cristaux photoniques est en hausse.

## Remerciements

Nous souhaitons exprimer toute notre gratitude à notre tuteur, Mr Jacques PERSELLO, pour ses conseils, son expérience, sa compétence ainsi que pour toutes les autres discussions portant sur la physique dans sa globalité.

Tout au long du projet, nous avons eu la chance de côtoyer des personnes dynamiques et passionnées : cela a été très instructif et nous a confortés dans notre choix de faire de la physique notre futur métier.

Enfin nous souhaitons également remercier chaleureusement Mme Valérie DOYA, notre coordinatrice du 2<sup>ème</sup> semestre de L3, pour le suivi et l'aide qu'elle nous a apporté tout au long de la réalisation de ce rapport et du site internet.

# Références

## **Thèses et Publications scientifiques complètes :**

- ↳ Lydie FERRIER, *Micro-nanostructures à base de cristaux photoniques pour le contrôle 3D de la lumière*, Ecole Centrale de Lyon, 2008
- ↳ Damien BERNIER, *Propriétés de superprisme des cristaux photoniques sur substrats SOI pour le démultiplexage en longueur d'onde*, Université Paris-Sud XI, 2008
- ↳ Benoit LOMBARDET, *Étude et réalisation de cristaux photoniques pour l'optique intégrée*, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, 2005
- ↳ Vincent BERGER et Jean-Michel LOURTIOZ, *Les photons dans tous leurs états*, Les matériaux à bandes interdites photoniques, p.37-39, 1998 (article scientifique)

## **Autres :**

- [1] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Onde\\_de\\_Bloch](http://fr.wikipedia.org/wiki/Onde_de_Bloch)
- [2] Richard Taillet, *Optique physique : Propagation de la lumière*, De Boeck, août 2006, p.323
- [3] *Cours d'électromagnétisme II* de Pascal BALDI, 1<sup>er</sup> Semestre de 3<sup>ème</sup> année de Licence de Physique
- [4] J.-M. LOURTIOZ, H. BENISTY, V. BERGER, J.-M. GERARD, D. MAYSTRE, A. TCHELNOKOV, *Les cristaux photoniques ou la lumière en cage*, GET et Lavoisier, 2003.
- [5] Lydie FERRIER, *Micro-nanostructures à base de cristaux photoniques pour le contrôle 3D de la lumière*, page 19-20, paragraphe 1.2.2, Ecole Centrale de Lyon, 2008
- [6] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Zone\\_de\\_Brillouin](http://fr.wikipedia.org/wiki/Zone_de_Brillouin) (pour avoir une meilleur représentation : voir schéma)
- [7] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Maille\\_%28cristallographie%29](http://fr.wikipedia.org/wiki/Maille_%28cristallographie%29) (maille primitive, paragraphe « maille primitive») + <http://www.iut-acy.univ-savoie.fr/fileadmin/DUT/MPH/fichiers/semestre2/structure-materiaux/Espace-et-reseau-reciproques-pour-aller-plus-loin.pdf> (réseau réciproque)
- [8] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Ars%3%A9niure\\_de\\_gallium](http://fr.wikipedia.org/wiki/Ars%3%A9niure_de_gallium)
- [9] *Cours d'optique* de Mr Eric ARISTIDI du 2<sup>ème</sup> semestre de 3<sup>ème</sup> année de Licence de Physique, 2014
- [10] Lydie FERRIER, *Micro-nanostructures à base de cristaux photoniques pour le contrôle 3D de la lumière*, pages 23-24, paragraphe 1.2.5, Ecole Centrale de Lyon, 2008
- [11] Damien BERNIER, *Propriétés de superprisme des cristaux photoniques sur substrats SOI pour le démultiplexage en longueur d'onde*, page 21, paragraphe 1.1.1.6, Université Paris-Sud XI, 2008