



UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS
PROJET TUTEURÉ DE LICENCE DE PHYSIQUE

ANNÉE 2016

Marche aléatoire de photons en milieu diffusant

Auteurs:

Noha DALIL
Rajae TALBI
Sara ELHELALI

Encadrants:

William GUERIN

Projet réalisé à *INLN*



12 mai 2016

Sommaire

1		1
1.1	Introduction	1
1.2	Problématique soulevée	2
2	Mouvement brownien :	3
2.1	Définition du mouvement brownien	3
2.2	Equation de diffusion	4
2.3	Solution de l'équation de diffusion analytiquement	5
2.4	Simulation numerique	6
2.4.1	La variance de la distance au point d'origine	6
2.4.2	Nombre d'événements de diffusions	7
2.4.3	Probabilité de densité des photons	8
3	Transport à travers un milieu diffusant	10
3.1	Transmission cohérente	10
3.1.1	Explication théorique	10
3.1.2	Simulation numérique	11
3.2	Transmission diffuse	12
3.2.1	définition	12
3.2.2	Etude théorique	12
3.2.3	Simulation numérique	12
3.3	Réflexion diffuse	14
3.3.1	Définition	14
3.3.2	Simulation numérique	14
3.3.3	Simulation numérique des trois transmissions	15
4	Conclusion	16

Remerciements

A premier abord, nous souhaitons adresser nos sincères remerciements à notre encadrant : Mr. William GUERIN qui nous a soutenu avec patience tout au long de la période de notre stage afin d'accomplir ce travail. Ainsi que ses compétences scientifiques et ses disponibilités étaient pour nous un précieux recours pour réaliser notre projet.

L'expression de notre haute reconnaissance s'adresse aussi à notre Université Nice Sophia Antipolis ainsi qu'à l'Institut non linéaire de Nice de nous avoir acceptée comme stagiaire et de nous avoir donnée l'opportunité de passer notre stage au sein de leur honorable établissement et dans les meilleures conditions de travail.

Aussi, nous tenons à exprimer notre gratitude aux membres du jury, qui nous ont honorés en acceptant de juger notre travail. Et évidemment, nous ne manquerons pas de remercier Madame Valérie DOYA ainsi que tous nos professeurs pour leurs efforts tout au long de notre année scolaire. Ils ont contribué à la formation de notre parcours et ils ont su assurer le bon déroulement de nos cours afin d'atteindre les objectifs escomptés.

Enfin, nous tenons à présenter nos vifs remerciements à toute personne ayant contribué, de près ou de loin, à la réalisation de notre projet.

Noha , Rajae & SARA

Chapitre 1

1.1 Introduction

On peut imaginer que, de tout temps, les hommes se sont intéressés à la lumière, celle du soleil qui éclaire et chauffe, puis celle domestiquée du feu. Indispensable à la perception du monde qui nous entoure, source d'énergie et de vie, messagère des informations les plus lointaines qui nous parviennent du fond de l'Univers, la lumière possède de multiples facettes.

La lumière est un phénomène physique, un transport d'énergie sans transport de matière. Elle fait appel à plusieurs phénomènes physiques : diffraction, réfraction et les interférences. Mais, le phénomène le plus dominant est celui de la diffusion de la lumière.

La diffusion se produit lorsque la lumière rencontre des particules en traversant un milieu transparent et elle est déviée dans de multiples directions. Prenons, exemple de l'atmosphère, les molécules de l'air diffusent la lumière.

En outre, la diffusion peut être isotrope, répartie uniformément dans toutes les directions, ou anisotrope la répartition directionnelle étant alors spécifique au milieu traversé.

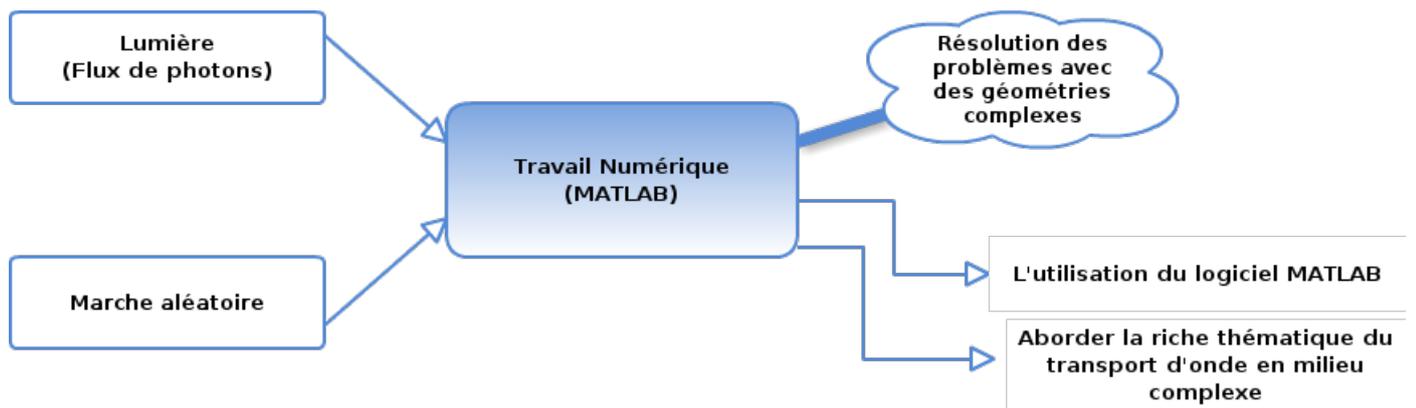
Ainsi, la diffusion de la lumière est représentée grâce à deux lois, Rayleigh et Mie. Cependant, lorsque la taille des particules est petite devant les longueurs d'ondes du visible, typiquement inférieure à quelques dizaines de nanomètres, on parle de diffusion de Rayleigh, du nom du physicien Anglais Lord Rayleigh.

D'autre part, si la taille des centres diffuseurs devient égale ou supérieure à la longueur d'onde on parle de diffusion de Mie dont la lumière diffusée n'est plus isotrope et dépend fortement de la forme des diffuseurs sphère, cylindre plaquettes et de lentille.

Le phénomène de la diffusion multiple de la lumière, fait appelle à une simulation avec une équation de diffusion ou un processus de la marche aléatoire, ce qui consiste aussi à négliger tous les phénomènes ondulatoires et de cohérence (diffraction, interférence. . .). Certes, ses processus interviennent dans plusieurs domaine et pas seulement la lumière.

Les problèmes de marche aléatoire et/ou de diffusion se rencontrent dans beaucoup de domaines, telle que la dispersion des polluants dans l'atmosphère, les fluctuations des cours de bourses ou les trajectoires des fourmis. En physique, il s'agit d'un sujet important, en physique nucléaire (diffusion des neutrons), en physique stellaire (transfert radiatif dans l'atmosphère des étoiles), en physique du solide (transport électronique dans un conducteur imparfait) et bien sûr en optique, puisque l'imagerie à travers un milieu diffusant a de nombreuses applications (imagerie médicale).

1.2 Problématique soulevée



Chapitre 2

Mouvement brownien :

2.1 Définition du mouvement brownien

Le nom de mouvement Brownien vient du botaniste Robert Brown. Brown n'a pas découvert le mouvement brownien, car n'importe qui regarde dans un microscope peut voir le mouvement rapide et irrégulier des particules de pollen en suspension dans de l'eau. Cependant, avant lui on pensait que les particules étaient vivantes. Une autre théorie expliquait que le mouvement des particules était dû à la différence de température entre l'eau et le milieu ambiant provoquant l'évaporation de l'eau, ainsi qu'aux courants d'air. Brown (1828) réfuta ces théories et établit que les particules étaient inanimées. Il expliqua que la matière était composée de petites particules, appelées molécules actives, qui montrent un mouvement rapide et irrégulier, dont l'origine vient des particules. Puis au début des années 1900, le mouvement brownien fut caractérisé de la façon suivante : Le mouvement est très irrégulier, composé de translations et de rotations, la trajectoire ne semble pas avoir de tangentes.

- Deux particules semblent bouger de façon indépendantes, même si elles sont très proches.
- Le mouvement est d'autant plus actif que les particules sont petites.
- La composition et la densité des particules n'ont pas d'influence.
- Le mouvement est d'autant plus actif que le fluide n'est pas trop visqueux.
- Le mouvement est plus actif en température haute.
- Le mouvement est sans fin.

Voici quelques-unes des observations que l'on fit ensuite sur le mouvement brownien :

1. Il ne cesse jamais (Cantoni et Oehl, 1865).
2. Plus la température du liquide est élevée, plus le mouvement est rapide (Exner, 1867).
3. Plus la particule est petite, plus le mouvement est rapide (Exner, 1867).
4. Plus le liquide est visqueux, plus le mouvement est lent (Gouy, 1888).

Comme les mouvements de deux particules voisines apparaissaient non corrélés, on écarta l'hypothèse que le mouvement était dû à des micro-courants du fluide. Et c'est Gouy le premier à attribuer le mouvement brownien à l'agitation thermique des molécules du liquide. Cependant, il est essentiel de noter que la plus petite particule visible au microscope est encore trop grande pour que la trajectoire brownienne telle qu'on l'observe soit l'effet direct des chocs reçus par les molécules, elle est en fait constituée des fluctuations de la résultante d'un très grand nombre de ces chocs. Aussi, lorsqu'en comparant l'énergie cinétique de la particule brownienne celle de la molécule d'un gaz, Exner évalua l'énergie cinétique de cette particule à partir de sa vitesse observée, commit-il l'inévitable erreur : la vitesse observée est en fait de beaucoup inférieure à la vitesse réelle, car la trajectoire est constamment contrecarrée de tous les côtés même si son apparence est plutôt régulière. Einstein, étudiant le mouvement brownien pour que l'on puisse vérifier la conjecture selon laquelle la théorie de la chaleur devait être considérée comme la théorie cinétique des molécules, corrigea cette erreur en abordant la question par trois raisonnements différents. Dans ses deux premiers articles sur le mouvement brownien (1905,1906), il donne en effet par deux méthodes physiques différentes l'expression suivante du libre parcours moyen (effectué dans le temps t) :

$$\langle r \rangle = \sqrt{2Dt} \text{ avec } : D = \frac{RT}{N6\pi kP} \quad (2.1)$$

D'une petite sphère soumise à l'agitation thermique des molécules d'un liquide. Le coefficient de diffusion D est exprimé en fonction de la constante R des gaz parfaits, du nombre d'Avogadro N , de la température absolue T et de la viscosité k du liquide, et du rayon P de la sphère. D'une autre part, le mouvement brownien est une description mathématique du mouvement (ou marche) aléatoire d'une grosse particule immergée dans un fluide et qui n'est soumise à aucune interaction que des chocs avec les petites molécules du fluide environnant. Il en résulte un mouvement très irrégulier de cette particule. La description cinétique du phénomène est la suivante :

- Entre deux chocs, la grosse particule se déplace en ligne droite avec une vitesse constante.
- La grosse particule est accélérée lorsqu'elle rencontre une molécule de fluide ou une paroi.

Cette marche permet de décrire le comportement thermodynamique des gaz, ainsi que le phénomène de diffusion.

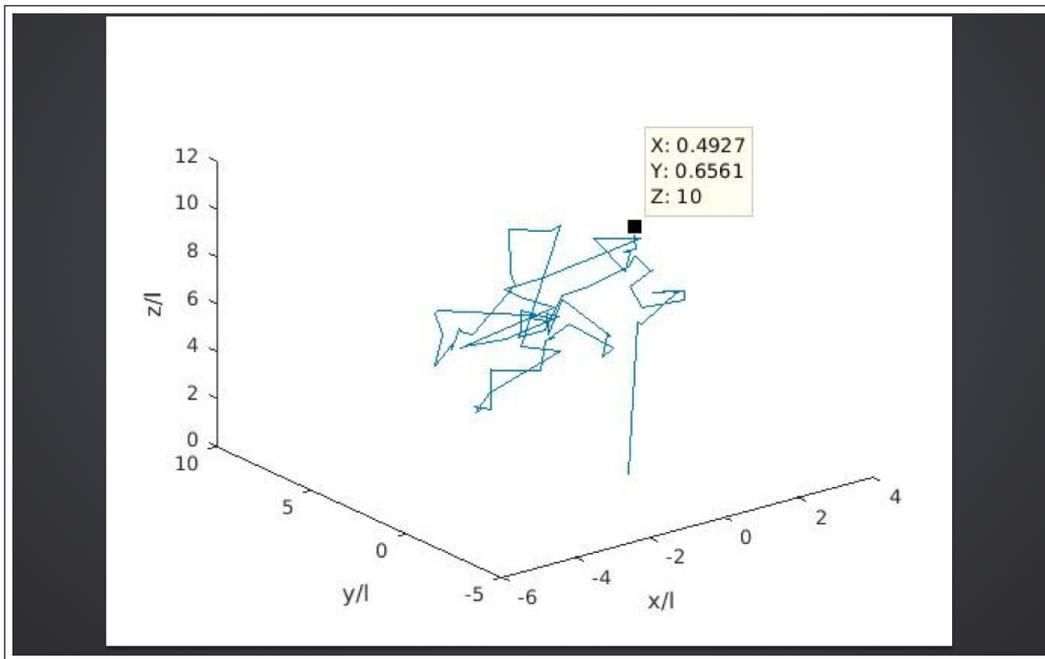


Figure 2.1: Marche aléatoire d'un photon

2.2 Equation de diffusion

En régime de diffusion multiple, on souhaite d'écrire le comportement de l'intensité diffuse, constituée des photons ayant subi de multiples diffusions. Une approche possible est de modéliser le comportement des photons comme une marche aléatoire. Un petit calcul simple permet de voir le lien entre un processus de marche aléatoire et une équation de diffusion.

Pour simplifier considérons la marche aléatoire d'une particule selon une seule dimension, sur l'axe (Ox). A chaque position x , la particule a une probabilité $1/2$ de faire un saut vers la droite avec un pas de longueur ℓ ($x \rightarrow x + \ell$), et une probabilité $1/2$ vers la gauche ($x \rightarrow x - \ell$). Le temps entre chaque saut est Γ . On s'intéresse à la densité de probabilité $P(x, t)$ d'être en x à l'instant t . Considérant un saut, on a :

$$P(x, t + \tau) = \frac{1}{2}P(x + \ell, t) + \frac{1}{2}P(x - \ell, t) \quad (2.2)$$

Donc:

$$P(x, t + \tau) - P(x, t) = \frac{1}{2}[P(x + \ell, t) + P(x - \ell, t) - 2P(x, t)] \quad (2.3)$$

$$= \frac{1}{2}[(P(x + \ell, t) - P(x, t)) - (P(x, t) - P(x - \ell, t))] \quad (2.4)$$

Soit, en considérons que τ et ℓ sont petits:

$$\tau \frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{\ell}{2} \left[\frac{\partial P(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial P(x - \ell, t)}{\partial x} \right] = \left(\frac{\ell^2}{2} \right) \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

ce qui donne finalement:

$$\frac{\partial P(x, t)}{\partial t} = \frac{D \partial^2 P(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

Où $D = \ell^2 / 2 \tau$ est le coefficient de diffusion. De manière plus général, on écrira, à 3D:

$$\frac{\partial P(r, t)}{\partial t} = D \Delta P(r, t) \quad (2.7)$$

si le coefficient de diffusion est homogène. S'il ne l'est pas (par exemple si la densité de diffuseurs n'est pas homogène), de manière encore plus générale, l'équation de diffusion s'écrit:

$$\frac{\partial P(r, t)}{\partial t} = \nabla(D(r) \nabla P(r, t)) \quad (2.8)$$

et on peut également la généraliser pour tenir compte de l'absorption. A d dimensions, et toujours dans le cas de pas de taille fixe ℓ , le coefficient de diffusion s'écrit :

$$D = \frac{\ell^2}{2d\tau} \quad (2.9)$$

Si les pas n'ont pas une taille constante, mais une taille z suivant une loi de probabilité $P(z)$, alors le coefficient de diffusion s'écrit :

$$D = \frac{\langle z^2 \rangle}{2d\tau} \quad (2.10)$$

Où :

$$\langle z^2 \rangle = \int_0^\infty z^2 P(z) dz \quad (2.11)$$

est le moment d'ordre 2 de la distribution. Selon la distribution $P(z)$, cette intégrale peut diverger, le coefficient de diffusion est alors infini et l'équation de diffusion n'est alors plus valable: on parle de vols de Lévy et de transport super diffusif. Dans le cas de la loi de Beer-Lambert, on obtient $\langle z^2 \rangle = 2\ell^2$ et donc, on optique, le coefficient de diffusion est très souvent donné par :

$$D = \frac{\ell^2}{d\tau} \quad (2.12)$$

Le facteur deux de différence entre les équations (2.9) et (2.12) vient des spécificités des distributions de la longueur des pas, une longueur fixe dans le premier cas et la loi de Beer-Lambert dans le second. Il faut se rappeler que la formule générale est celle l'équation (2.10). Dans un problème de marche aléatoire de particules, $P(r, t)$ représentera la densité de particules, tandis que dans un problème optique, ce sera la densité d'énergie dans le milieu, correspondant à la densité de photons; on la notera plutôt $U(r, t)$.

2.3 Solution de l'équation de diffusion analytiquement

Un exemple particulièrement important d'application de l'équation de diffusion est celui du mouvement brownien. On considère une particule située en $r = 0$ à $t = 0$ effectuant une marche au hasard dans l'espace à d dimensions.

Quelle est sa position à tout t ? La réponse est probabiliste et on s'intéressera donc à la valeur moyenne de $\langle r \rangle$ ou aux moments d'ordres supérieurs $\langle r^2 \rangle$, $\langle r^3 \rangle$, etc., ou à la distribution de probabilité $P(r)$ si on sait la calculer.

Un résultat évident est que la position moyenne est inchangée, $\langle r \rangle = 0$, puisque rien ne brise la symétrie du problème.

Le principal résultat, très connu, est que la variance de la position $\langle r^2 \rangle$ augmente linéairement avec le temps:

$$\langle r^2 \rangle = 2dDt \quad (2.13)$$

L'écart-type de la position, ou sa moyenne quadratique, évolue donc en (\sqrt{t})

Il s'agit d'un résultat important, puisqu'il décrit comment un paquet de particules initialement en $r = 0$ va s'étaler au cours du temps. Le barycentre du paquet reste en $r = 0$ mais sa largeur augmente en (\sqrt{t})

Si le milieu n'est pas infini, cela donne une idée du temps nécessaire, ou du nombre d'évènements de diffusion, pour que les particules sortent. Chaque divulsion prenant un temps τ , le nombre de diffusion est $N_{\text{diff}} = t / \tau$, avec $t = \langle r^2 \rangle / 6D$ (à 3D). Les particules sortent, en moyenne, lorsque nombre de diffusion $\langle r^2 \rangle \sim R^2$ avec R la taille du milieu. On a donc $N_{\text{diff}} \sim R^2 / 6D\tau$. Comme $D \tau \propto l^2$, et $R/l \propto b$, on a :

$$N_{\text{diff}} \propto b^2 \quad (2.14)$$

Le facteur de proportionnalité dépendant de la distribution de la taille des pas et de la géométrie précise du milieu. On prédit donc que, dans un système de taille finie, le nombre moyen de diffusion subit par les photons avant de sortir évolue comme le carré de l'épaisseur optique.

D'une manière plus générale, la résolution de l'équation de diffusion montre que la distribution de probabilité de densité est une gaussienne :

$$P(r) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{\frac{d}{2}}} e^{-\frac{r^2}{4Dt}} \quad (2.15)$$

L'Eq. (2.13) est une simple conséquence de ce résultat.

2.4 Simulation numérique

2.4.1 La variance de la distance au point d'origine

Nous avons fait une simulation sur MATLAB pour la marche aléatoire d'un flux de particules présenté par l'équation

$$D = \frac{\langle z^2 \rangle}{2d\tau} \quad (2.16)$$

Avec

t : le temps en seconde (s)

d : dimension du milieu diffusant.

D : coefficient de diffusion pour 2 dimensions.

$$D = \frac{l^2}{2\tau} \quad (2.17)$$

τ : le temps entre chaque pas.

l : longueur du pas.

Nous avons lancé 1000 photons (N_{ph}) à la position $\langle r \rangle = 0$ et à l'instant initial $t = 0$, avec un nombre de pas donné ($N = 1000$).

Nous avons commencé notre étude par donner les composantes (X, Y) du vecteur position r , qui sont les suivantes :

$X = \cos(\theta)$ et $Y = \sin(\theta)$ avec θ : l'angle de diffusion de la particule ($0 < \theta < 2\pi$).

Donc La variance de la distance au point d'origine d'une particule quelconque est donnée par l'expression :

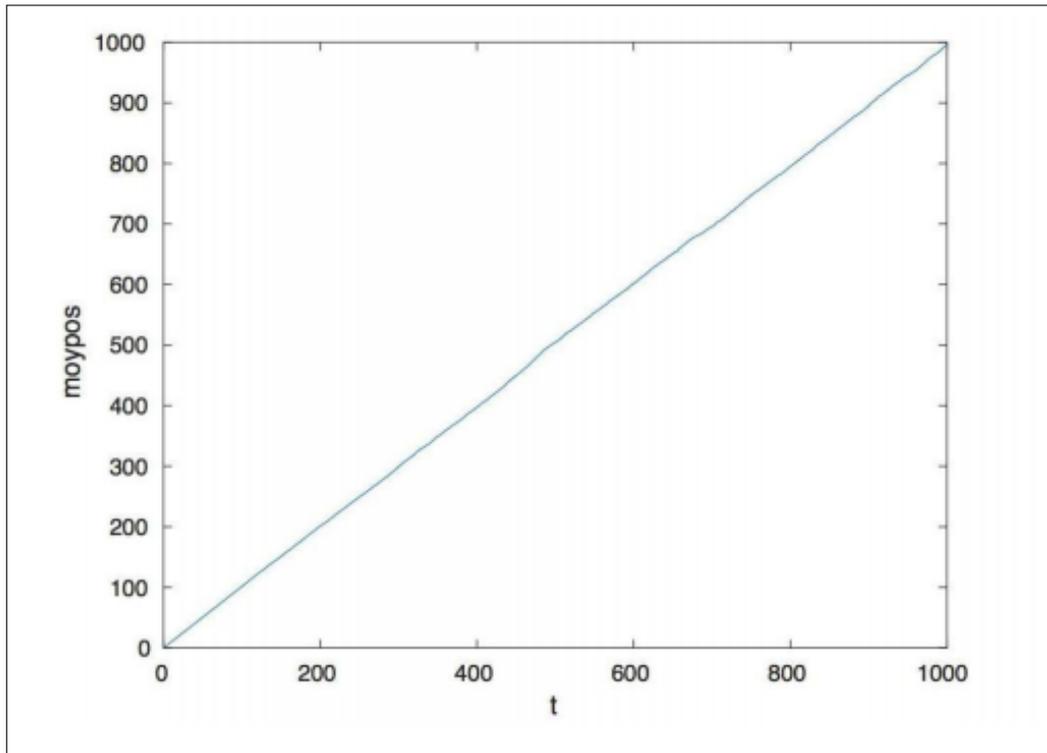
$$r_i^2 = X_i^2 + Y_i^2 \quad (2.18)$$

avec $i = 0, 1, \dots, N$.

Puis nous avons calculé la La variance de la distance au point d'origine par la formule suivante :

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N r_i^2}{\sum_{j=1}^{N_{\text{ph}}} j} \quad (2.19)$$

Le tracé suivant représente le résultat obtenu de La variance de la distance au point d'origine des photons en fonction du temps :



- Le résultat obtenu montre bien l'évolution linéaire de La variance de la distance au point d'origine en fonction du temps.
- Ce résultat vérifie analytiquement l'équation (2.10) de La variance de la distance au point d'origine .
- D'après ce résultat, l'évolution de La variance de la distance au point d'origine illustre qu'une grande partie du flux des photons incidents quitte le milieu diffusant étudié, après une série de diffusions.

2.4.2 Nombre d'événements de diffusions

Supposant que le milieu diffusant étudié est fini, le flux des photons y subit une diffusion multiple. Nous allons nous intéresser à faire une simulation du nombre de ces diffusions.

$$N_{\text{diff}} \propto b^2 \tag{2.20}$$

Où

N_{diff} : le nombre de diffusion à l'intérieur du milieu.

b : l'épaisseur optique. $b = L / l$

Avec L : l'épaisseur du milieu.

Et l : libre parcours moyen. $l = - \log(r)$

Nous avons commencé par le lancement de 50000 photons ($N_{\text{ph}} = 50000$), puis on a posé des conditions aux limites sur la composantes Z où :

$$0 < Z < L \text{ (a)}$$

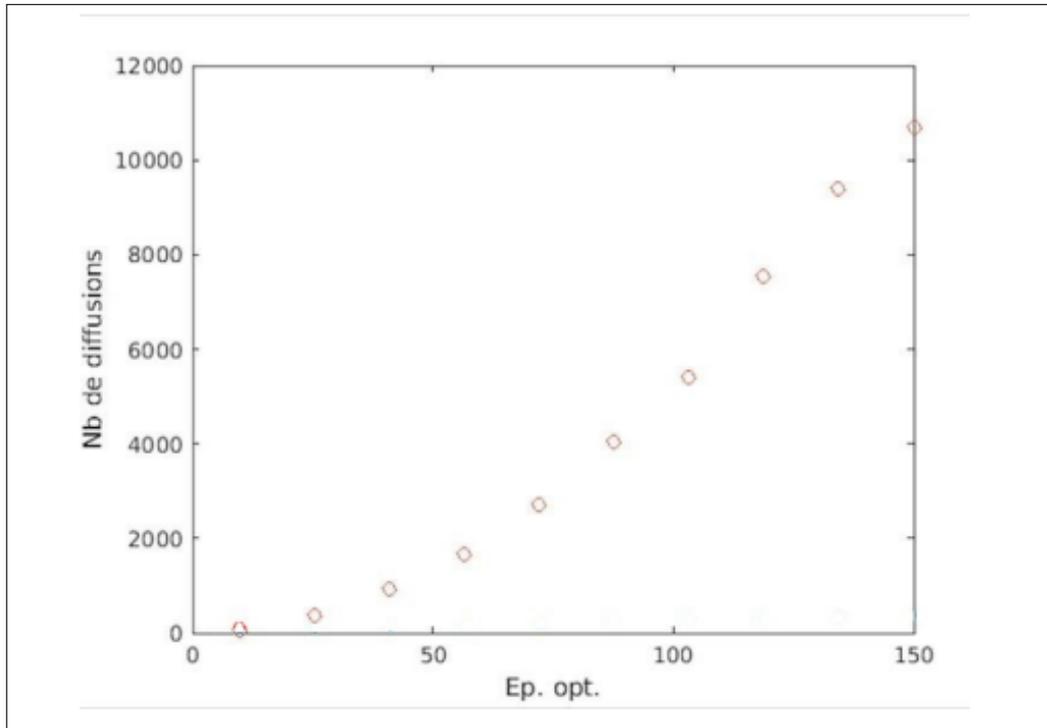
Avec L : l'épaisseur du milieu.

Nous avons fixé $L = 1$, donc $b = 1/l$ avec $b \propto L$.

Alors l'expression (a) devient : $0 < Z < b$ où $Z = Z+l.\cos(\theta)$ et $0 < \theta < 2\pi$

- Après le tournage du code, ce dernier a calculé le nombre de calcul de diffusion probable. Puis nous avons représenté le log du nombre de diffusion en fonction du log de l'épaisseur optique ($\log(N_{\text{diff}}) = \log(EO)$) pour prouver l'évolution quadratique.

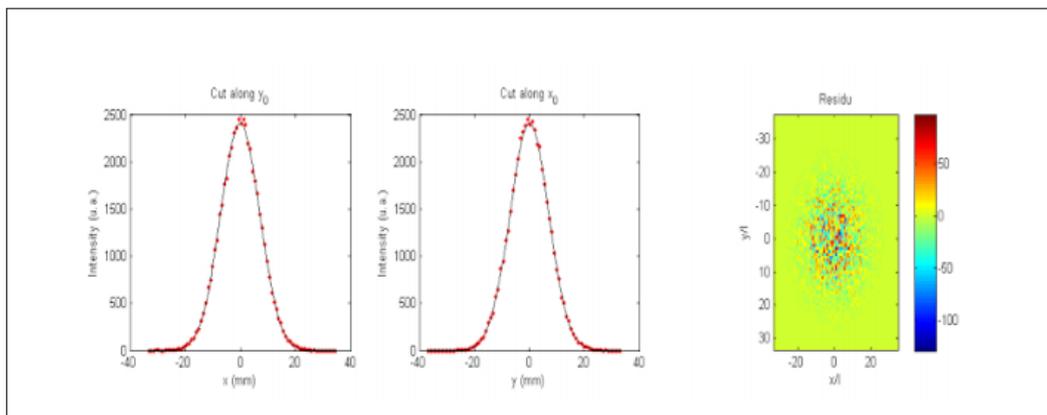
Le résultat suivant représente le nombre de diffusions calculé par notre programme en fonction de l'épaisseur optique.



- D'après le tracé précédent on remarque que le nombre de diffusion évolue quadratiquement en fonction de l'épaisseur optique, ce qui prouve que notre résultat vérifie l'équation (2.11).
- Nous constatons de cette figure que tant que l'épaisseur optique est grande, la probabilité d'avoir des événements de diffusion au sein du milieu augmente, autrement dit, tant que le libre parcours moyen (l) est très petit ou tend vers 0, où $L \gg l$, ce qui nous mènera à une diffusion multiple.

2.4.3 Probabilité de densité des photons

Dans cette partie nous nous sommes intéressés à la densité de probabilité dans un milieu de 2 dimensions. Notre étude consiste à prendre la position finale de chaque particule après sa trajectoire. A la fin nous avons fait un bilan des positions de plusieurs particules sur le plan (o,x,y) . A la fin on remarque que plus on se dirige vers le centre plus la densité des photons augmente.

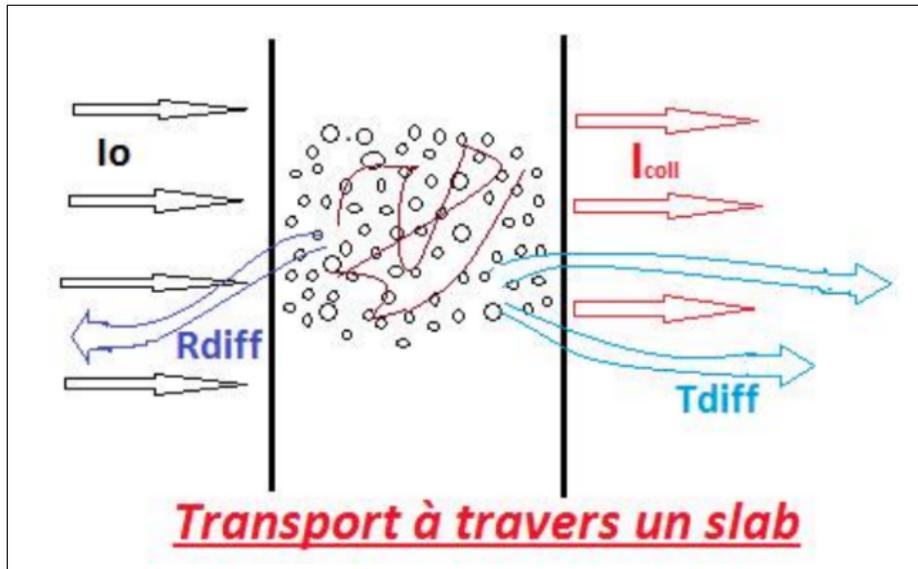


- le résultat obtenu montre bien qu'on a une distribution gaussienne ce qui vérifie l'équation (2.12)

Chapitre 3

Transport à travers un milieu diffusant

Au cours de notre projet, nous avons réalisé des simulations par le logiciel Matlab qui consistent à mesurer et analyser les propriétés de transmissions de la lumière à travers un Slab (une tranche d'épaisseur donnée). C'est pour cela il nous a été nécessaire de revenir sur les différents phénomènes de diffusion qu'il est possible d'observer. Dans cette partie, nous avons commencé par démontrer la relation de Beer-Lambert qu'elle sera utile pour expliquer le phénomène de la Transmission cohérente.



3.1 Transmission cohérente

3.1.1 Explication théorique

Un diffuseur est caractérisé par une section efficace de diffusion σ . Par d' définition, il s'agit du rapport entre la puissance diffusée dans tout l'espace P_{diff} et l'intensité incidente I_0 ,

$$\sigma = \frac{P_{diff}}{I_0} \tag{3.1}$$

Maintenant considérons un ensemble de diffuseur identiques de densité volumique p (homogène) et de section efficace σ . Pour simplifier on suppose que le milieu a une géométrie "slab" d'épaisseur L . Le slab est éclairé en $z = 0$ par une onde plane d'intensité I_0 . On suppose qu'il n'y a pas d'absorption. On s'intéresse à l'intensité "cohérente" I_{coh} , c'est à dire à la lumière non diffusée. Un bilan d'énergie sur un volume délimité par les plans z et $z + dz$ et une section S , contenant donc $N = pSdz$ particules, permet d'écrire :

$$I_{coh}(z + dz)S - I_{coh}S = -NP_{diff} = -pSdz\sigma I_{coh} \tag{3.2}$$

On a donc

$$\frac{dI_{\text{coh}}(z)}{dz} + p\sigma I_{\text{coh}} = 0 \quad (3.3)$$

En intégrant sur l'épaisseur L , on obtient la loi de Beer-Lambert:

$$I_{\text{coh}}(L) = I_0 e^{-p\sigma L} \quad (3.4)$$

D'écrivant l'atténuation exponentielle du faisceau lumineux à cause de la diffusion. Le produit $b = p\sigma L$ est appelé épaisseur optique. Ce résultat fait également apparaître une longueur caractéristique $\ell = 1/(p\sigma)$. Quelle est sa nature microscopique? Réécrivons l'Eq. (3.2) sous la forme

$$I_{\text{coh}}(z + dz) = I_{\text{coh}}(z) - \frac{dz}{\ell} I_{\text{coh}} \quad (3.5)$$

On voit alors que $(dz/\ell)I_{\text{coh}}$ correspond aux photons ayant été diffusés entre z et $z + dz$ tandis que I_{coh} correspond aux photons incidents, donc dz/ℓ est la probabilité d'être diffusé sur une distance dz . Prenons un photon en $z = 0$ se propageant selon Oz , la probabilité $P(z)dz$ que ce photon soit diffusé pour la première fois entre z et $z + dz$ est le produit de la probabilité qu'il ne soit pas diffusé avant (transmission $\exp(-z/\ell)$ selon la loi de Beer-Lambert) avec la probabilité qu'il soit diffusé dans la tranche d'épaisseur dz (dz/ℓ). On obtient ainsi la distribution de probabilité de la longueur du pas:

$$P(z) = \frac{1}{\ell} e^{-z/\ell} \quad (3.6)$$

La longueur moyenne du pas est:

$$\langle z \rangle = \int_0^{\infty} z P(z) dz = \ell \quad (3.7)$$

Le paramètre ℓ est appelé le libre parcours moyen et correspond à la distance moyenne entre chaque événement de diffusion. En comparant le libre parcours moyen à la taille du milieu (ici L), on peut définir trois régimes de transport de la lumière dans un milieu diffusant:

- $L \ll \ell$ (ou $b \ll 1$): régime balistique (l'onde traverse le milieu sans être diffusée)
- $L \sim \ell$ (ou $b \sim 1$): régime de diffusion simple
- $L \gg \ell$ (ou $b \gg 1$): régime de diffusion multiple

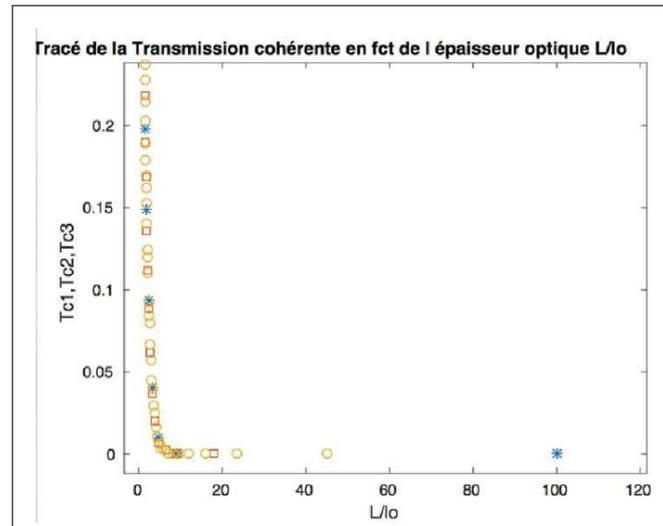
Dans le régime balistique, l'intensité diffusée est négligeable et l'onde cohérente traverse le milieu avec peu de perte d'énergie par diffusion. Le milieu est essentiellement transparent. Dans le régime de diffusion multiple, l'onde cohérente (balistique) est totalement éteinte ($\exp(-b) \ll 1$) et le transport de l'énergie se fait par l'intensité diffuse uniquement. Il s'agit d'un milieu opaque, bien que ne présentant pas d'absorption (cas typique des milieux blancs: papier, nuage, neige, lait, peinture blanche...). Dans le régime intermédiaire, il y a coexistence d'une intensité cohérente et d'une intensité diffuse.

3.1.2 Simulation numérique

Nous avons fait tourner notre programme 3 fois pour un nombre de photons N , tout en fixant l'épaisseur du slab sur une valeur que nous avons posé, et en se basant sur les conditions aux limites sur Z pour avoir une transmission cohérente : $Z > L$

Où $Z = Z + l \cos(\theta)$ avec $-1 < \cos(\theta) < 1$ Les trois courbes de transmission cohérente pour les trois valeurs fixées d'épaisseur du slab en fonction de l'épaisseur optique coïncident en une seule.

Cette courbe est exponentielle ce qui vérifie la loi de Beer – Lambert.



3.2 Transmission diffuse

3.2.1 définition

Comme son nom l'indique, la transmission diffuse aborde le phénomène de la composition diffuse de la lumière. Et parce que cette lumière traverse un objet, elle est décrite comme « transmission ». La transmission diffuse est composée de lumière qui est entré dans une matière, et qui est ensuite émise en ressortant du côté de l'ombre de l'objet.

3.2.2 Etude théorique

Lors d'un problème de transport, on injecte de l'énergie (ou des particules) dans un milieu de taille finie et on s'intéresse à ce qu'il en sort. Il faut donc tenir compte de la taille finie du milieu. Malheureusement, tenir compte des conditions aux bords complexifie considérablement le problème. En pratique, on ne sait pas résoudre analytiquement le problème que dans un tout petit nombre de cas. Par exemple, pour un slab, on sait calculer la transmission diffuse:

$$T_{\text{diff}} = \frac{1 + \xi}{1 + 2\xi} \quad (3.8)$$

Où $\xi_i = 0,7104\dots$ est une constante. Le comportement $T_{\text{diff}} \sim 1/b \propto 1/L$ est un résultat connu, puisqu'il correspond en fait à la loi d'Ohm.

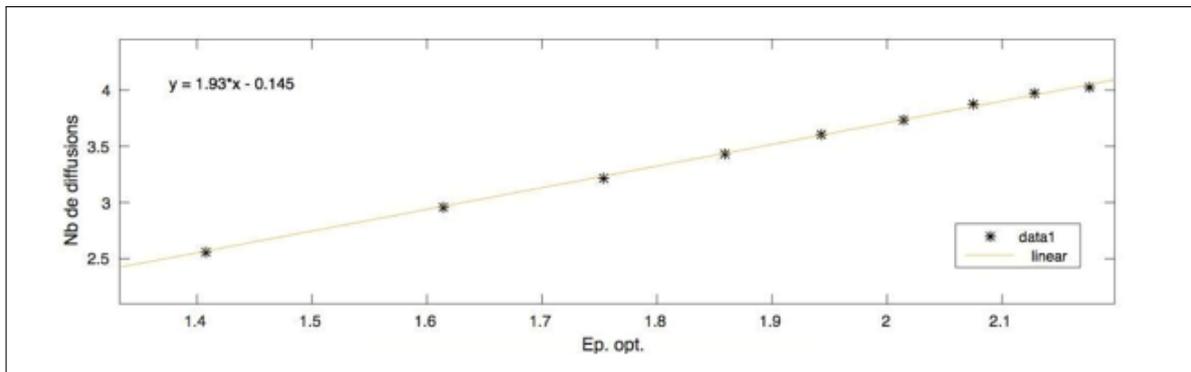
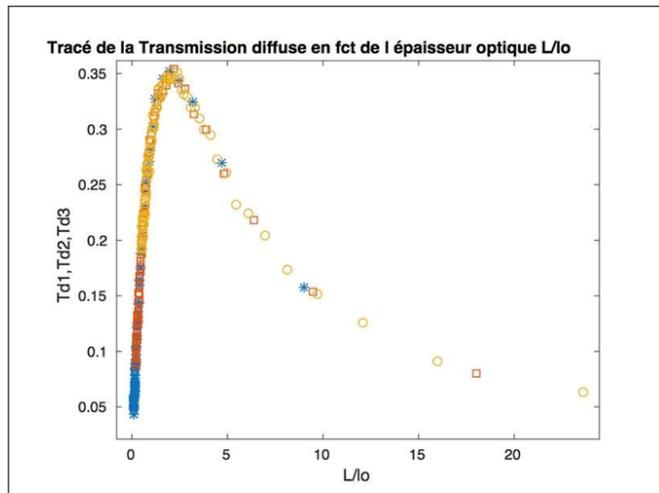
3.2.3 Simulation numérique

Comme la dernière étude, nous avons effectué un code sur MATLAB qui calcule la probabilité de la transmission diffuse pour un flux de photons de $N_{\text{ph}} = 10000$ et pour trois valeurs différentes (L_1, L_2, L_3) d'épaisseur du Slab.

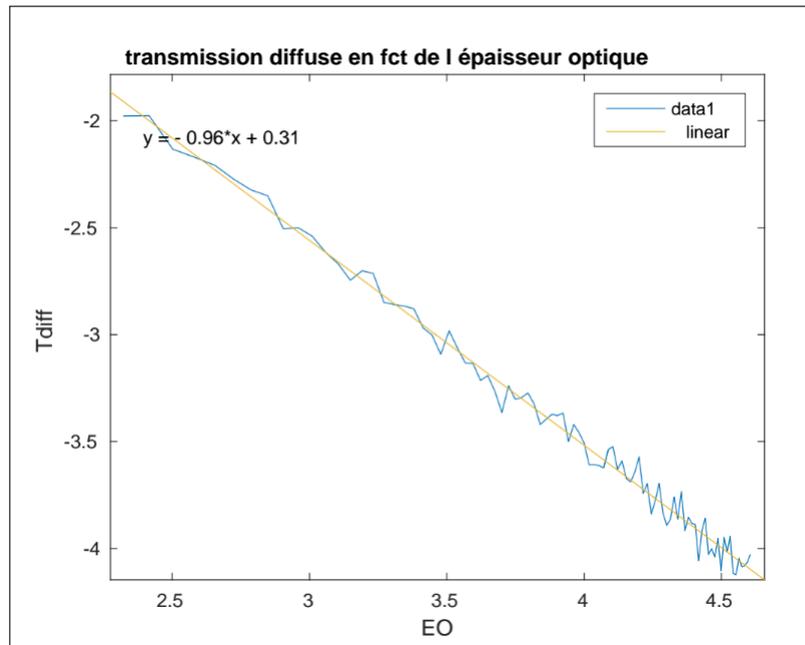
Nous avons posé des conditions sur le nombre de diffusion à l'intérieur du slab ($N_{\text{diff}} > 0$) et sur l'angle de sortie θ ($\cos(\theta) > 0$) avec $-1 < \cos(\theta) < 1$.

Après le tournage du code, nous avons eu le résultat suivant pour les trois transmissions diffuses en fonction de l'épaisseur optique.

La figure ci-dessous montre l'évolution du nombre d'événement de diffusion qui est strictement positif, pour la transmission diffuse en fonction de l'épaisseur optique.



Ce résultat vérifie la loi d'Ohm, qui représente le comportement asymptotique de la transmission diffuse en $\frac{1}{b}$.



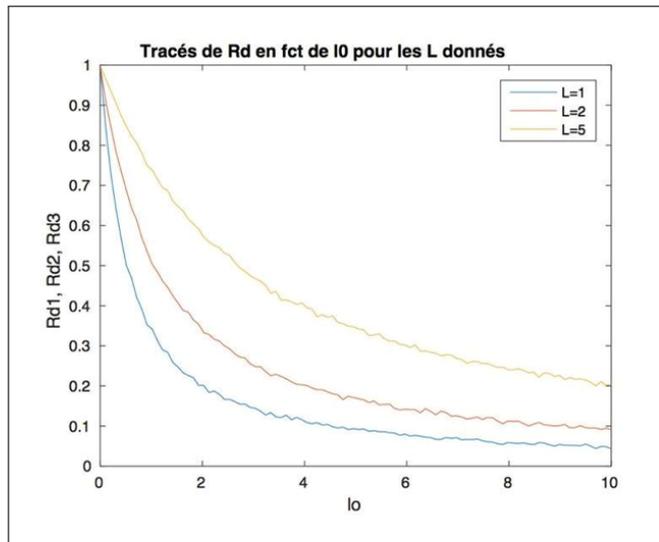
3.3 Réflexion diffuse

3.3.1 Définition

Réflexion diffuse Lorsque les surfaces sont rugueuses, qu'elles présentent des aspérités dont la taille est supérieure à la longueur d'onde du rayonnement incident, la réflexion est diffuse. Le rayonnement est réfléchi dans toutes les directions à cause des hétérogénéités du milieu, avec généralement une direction privilégiée pour laquelle la réflexion est plus importante (figure de gauche). On peut ainsi définir pour chaque surface une indicatrice de luminance (en pointillés). Si on trace à partir de la surface réfléchissante les vecteurs proportionnels à l'intensité du rayonnement réfléchi dans toutes les directions, l'indicatrice de luminance est la surface obtenue en reliant entre elles toutes les extrémités des vecteurs. Lorsque les directions d'observation (capteur satellite) et d'éclairement (soleil) coïncident, la quantité de lumière réfléchie par une surface rugueuse présente un maximum. Ce phénomène, connu sous le nom de 'hot spot' est lié au fait que dans cette configuration, l'instrument ne voit que des éléments de surface éclairés, ce qui explique le pic de réflectance (figure au centre). Dans le cas où l'intensité du rayonnement réfléchi est la même dans toutes les directions, on parle de réflexion lambertienne.

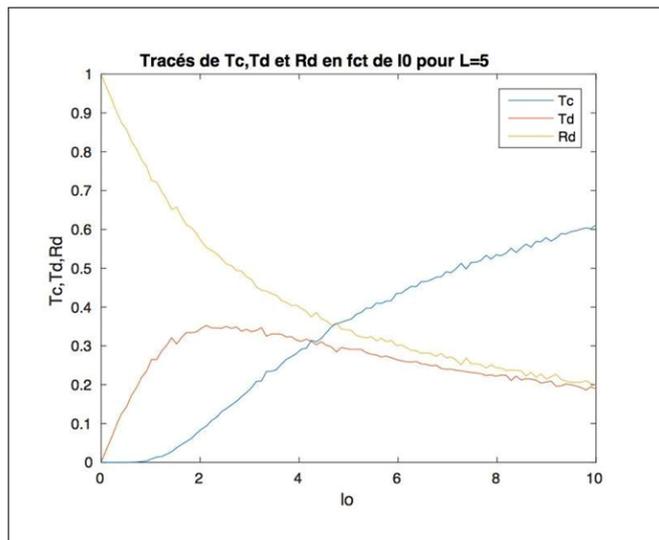
3.3.2 Simulation numérique

Nous avons suivi le même principe d'étude pour la réflexion diffuse dans la programmation sur MATLAB. Nous avons aussi posé des conditions sur le nombre d'événements de diffusions et l'angle de sortie θ . $N_{\text{diff}} > 0$ et $\cos(\theta) < 0$



3.3.3 Simulation numérique des trois transmissions

Nous avons fixé à la fin l'épaisseur du slab sur $L = 5$, en rassemblant toutes les conditions précédentes en un seul programme pour avoir le résultat des trois cas en fonction du libre parcours moyen (l_0).



Chapitre 4

Conclusion

Ce rapport a présenté le travail réalisé dans le cadre d'un projet de fin d'année effectué au sein de l'Institut non linéaire de Nice. Ce projet, consiste à la conception et la réalisation des simulations numériques de type « Marche aléatoire ».

La réalisation de cette dernière permet de résoudre numériquement des problèmes en particulier avec des géométries complexes. Par exemple, dans les expériences de diffusion de la lumière dans les atomes froids, la densité de diffuseur est une fonction gaussienne anisotrope... Une simulation de marche aléatoire est alors la méthode la plus simple pour décrire la lumière diffusée.

Dans notre projet, on voit bien les limites de l'équation de diffusion. D'une part, elle n'est valable qu'en régime diffusif, $L \gg \ell$, et d'autre part, on ne sait pas la résoudre analytiquement dans la plupart des cas. C'est pour cela, nous avons réalisé un model où nous avons considéré la lumière comme un flux de photons effectuant une marche au hasard dans le milieu diffuseur. Tous les effets ondulatoires sont alors négligés.

Le développement d'un tel model en implémentant un code permettra de mettre en évidence plusieurs phénomènes intéressants : piégeage de radiation, étalement de l'intensité, décroissance de la transmission avec l'épaisseur optique du milieu (loi d'Ohm). En utilisant un milieu avec une géométrie simple, les résultats pourront être comparés à des prédictions analytiques basées sur l'équation de diffusion.

Finalement, ce projet a été une bonne expérience, dans la mesure où il nous a permis de mettre en pratique les connaissances théoriques et les compétences acquises au fil de notre cursus. En plus, il a été une occasion pour une ouverture sur le monde professionnel et de la recherche. Ainsi, il nous a permis d'apprendre l'utilisation du logiciel Matlab, et d'aborder la riche thématique du transport d'onde en milieu complexe (notions de physique mésoscopique, physique atomique, interaction matière-rayonnement).

Bibliographie

"Construction du mouvement Brownien" ; Helene Guerin, université de Rennes 1 , cours .

"Light interacting with atomic ensembles : collective, cooperative and mesoscopic effects " ; Willam Guerin , M. Rouabah , R.Kaiser , institut non linéaire de Nice (article : 10 mai 2016).

<https://perso.univ-rennes1.fr/sophie.carles/zfiles/L2%20SVE%20pola/Generalites%20Diffusion.pdf>

http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/doschim/decouv/couleurs/loupe_diff_lumiere.html

http://physique.unice.fr/sem6/2008-2009/PagesWeb/SBM/D_un_point_de_vue_physique...html