



UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS
PROJET TUTEURÉ DE LICENCE DE PHYSIQUE

ANNÉE 2016

**Les Vagues Scélérates en Optique: étude
numérique des événements extrêmes dans des
cavités optiques non-linéaires étendues**

Auteurs:

Manon GOUSPY
Ahmed EL FADHEL

Encadrants:

Giovanna TISSONI
Cristina RIMOLDI

Projet réalisé à l'INLN



May 13, 2016

Sommaire

1	Introduction	1
1.1	Présentation du sujet	1
1.2	Problématique soulevée	1
1.3	Plan du rapport	1
2	Les Vagues Scélérates: de l'Hydrodynamique à l'Optique	2
2.1	Les Vagues en Hydrodynamique	2
2.2	Analogie avec les Systèmes Optiques	2
2.2.1	Fibres Optiques	2
2.2.2	LASER à large plan transverse (VCSEL)	3
2.3	Etat de l'art	3
3	Modélisation	4
3.1	Le LASER à absorbant saturable	4
3.2	Équations Différentielles	5
3.3	Réalisation des Simulations	5
3.3.1	Programmes Utilisés	5
3.3.2	Paramètres Utilisés	6
3.3.3	Protocole Expérimentale	6
4	Premier Résultats	8
4.1	Le Profil d'Intensité	8
4.2	Les Événements remarquables	8
5	Conclusion	10

Chapitre 1

Introduction

1.1 Présentation du sujet

Originellement les vagues scélérates sont des vagues océaniques de très grande amplitude, localisées et avec une durée d'existence très brève.

Leur existence n'a été prouvée que très récemment, en 1995, par la détection d'une vague de plus de 25 mètres de hauteur par la plate-forme pétrolière Draupner, à 160km au large de la Norvège. La vague était deux fois plus haute et pentue que ses voisines. Voir la figure fig. (1.1).

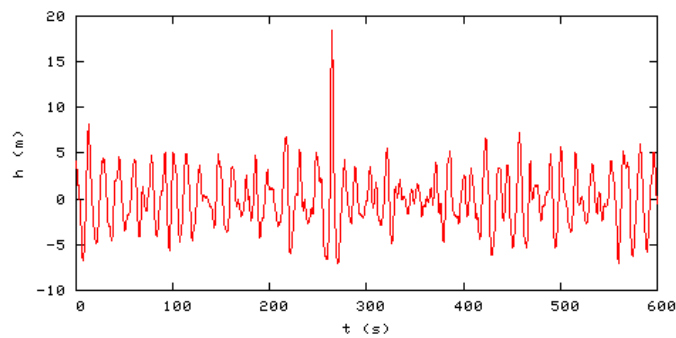


Figure 1.1: Draupner Freak Wave Recording (Wikipedia)

De part leur nature, elles sont très difficiles à analyser statistiquement puisqu'on n'a accès qu'à un petit nombre d'entre elles (la taille des océans rend une couverture totale impossible). Toutefois des études récentes semblent montrer que la probabilité de rencontrer des vagues scélérates est bien plus élevée que ce que prédisent les statistiques simples sur les amplitudes des ondes.

1.2 Problématique soulevée

Le but de ce projet est d'étudier la distribution statistique des analogues des vagues scélérates dans un système optique à deux dimensions transverses. [1]

1.3 Plan du rapport

Dans la suite ce rapport nous allons aborder, dans l'ordre les points suivants:

- La description hydrodynamique des vagues;
- L'analogie avec l'optique ondulatoire;
- La description du modèle utilisé;
- La méthode de réalisation des simulations.
- Les premiers résultats de simulation.

Chapitre 2

Les Vagues Scélérates: de l'Hydrodynamique à l'Optique

Tout d'abord nous allons voir pourquoi nous pouvons utiliser un système optique pour faire nos analyses statistiques :

2.1 Les Vagues en Hydrodynamique

En hydrodynamique une vague désigne une déformation de la surface d'une masse d'eau. À l'interface entre l'air et l'eau, l'agitation de l'atmosphère engendre des mouvements de surface sous la forme de successions de vagues, de même allure mais différentes.

En 1968, Vladimir E. Zakharov a montré que, pour les groupes d'ondes modulées lentement, l'amplitude des ondes satisfaisait l'équation de Schrödinger non linéaire:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \kappa |\psi|^2 \psi = 0$$

Où t est une variable couplée d'espace et de temps, x est la variable d'espace, κ est le paramètre non-linéaire et ψ est l'amplitude de l'onde.[2]

La valeur du paramètre non linéaire κ dépend de la hauteur d'eau relative et définit le comportement du système. Pour les eaux profondes, κ est négatif et on est dans le cas focalisant, des solitons de l'enveloppe peuvent se produire. Lorsque la hauteur d'eau devient insuffisante (pour $h < \frac{\lambda}{5}$), κ est positif, on se trouve dans le cas dé-focalisant, il n'y a pas de formation de soliton (NB : Dans ces conditions des solitons peuvent se produire, mais ils ne sont plus décrit par cette équation).

L'équation de Schrödinger non linéaire est utilisée dans beaucoup de domaines, par exemple en superfluidité, pour les condensats de Bose-Einstein et en optique où elle est utilisée pour décrire la propagation des ondes lumineuses dans les fibres optiques. Elle semble aussi importante pour la description de phénomènes impliquant des vagues scélérates.

2.2 Analogie avec les Systèmes Optiques

2.2.1 Fibres Optiques

En optique, l'équation de Schrödinger non linéaire intervient dans la propagation des ondes dans une fibre optique.

La fonction ψ représente alors l'onde et l'équation de Schrödinger non linéaire décrit la propagation de cette onde à travers un milieu non linéaire (la fibre optique). Le terme $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ représente la dispersion et κ quantifie la non-linéarité.

L'optique apporte un avantage à l'étude des vagues scélérates dans le sens où l'échelle temporelle des expériences optiques est plus rapide que celle de l'hydrodynamique et permet donc de générer plus rapidement de larges plages de données. Cela permet à des événements survenant avec de faibles probabilités d'être étudiés.

Ce modèle comporte toutefois une différence majeure avec l'hydrodynamique : les observations sur fibres optiques sont nécessairement en 1 dimension spatiale alors que la surface de l'océan est en 2 dimensions. Pour essayer de palier à ce problème nous utilisons le modèle d'un LASER avec cavité verticale émettant par la surface (VCSEL) avec un absorbant saturable dans la cavité. Il faut noter que pour cette simulation, nous n'utiliserons pas l'équation de Schrödinger non-linéaire, mais le set d'équations présentées à la section 3.2.

2.2.2 LASER à large plan transverse (VCSEL)

Principe du VCSEL:

C'est un type de diode laser à semi-conducteur émettant la radiation laser perpendiculairement à la surface des miroirs, contrairement aux lasers conventionnels à semi-conducteur émettant par la tranche.

Le résonateur (la cavité où à lieu l'amplification) laser est constitué de deux miroirs de Bragg parallèles à la surface du wafer, et, entre eux, d'une région active (l'amplificateur) constituée d'un ou plusieurs puits quantiques permettant la génération du faisceau laser.

Les miroirs de Bragg sont faits de couches alternant haut et bas indices de réfraction. L'épaisseur de chaque couche correspond au quart de la longueur d'onde du laser dans le matériau, permettant ainsi d'obtenir un facteur de réflexion supérieur à 99% (ici des miroirs à haut facteur de réflexion sont nécessaires pour compenser la faible longueur du milieu amplificateur).

Les VCSEL ont une grande ouverture de sortie par comparaison avec la plupart des lasers émettant par la tranche, c'est cette propriété qui le rend intéressant dans ce cas. En effet on obtient un profil d'intensité sur une surface (2D), ce qui est plus proche de la réalité physique des vagues sur l'océan que le modèle à 1D de la fibre optique (On peut faire cette approximation car les dimensions suivant la direction \hat{z} (axe du laser) sont négligeables devant les dimensions dans le plan (\hat{x}, \hat{y})).

Pour le moment on ne peut pas avoir de « vraie » détection des maxima d'intensité : les capteurs existants ne sont pas encore assez rapides pour permettre de cartographier précisément le profil d'intensité dans l'espace et dans le temps simultanément. Ce modèle repose donc sur une simulation numérique.

Il est toutefois important de noter que M. Barbey et son équipe travail sur une thématique similaire à celle de Mme Rimoldi: l'observation d'événements extrême émis par un VCSEL à absorbant saturable dont la dimension transverse est réduite à 1 (au lieu de 2 dans le cas de Mme Rimoldi). Leur recherche est aussi bien expérimentale que numérique.[3]

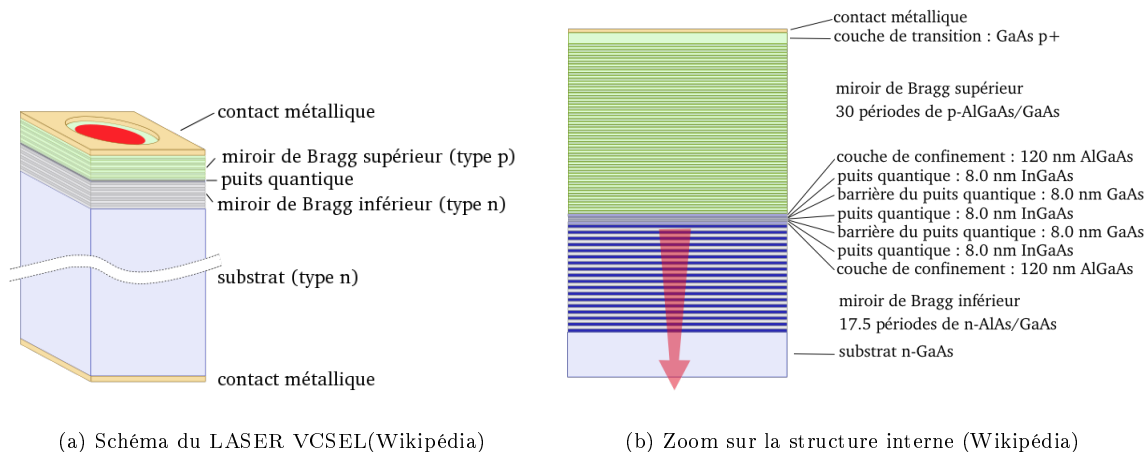


Figure 2.1: Le LASER VCSEL

2.3 Etat de l'art

Bien que l'étude des vagues scélérates ne se soit développée que récemment, ces phénomènes extrêmes ont déjà été observés dans beaucoup de domaines de la physique.[2] Outre les vagues océaniques, on peut en rencontrer lorsque l'on étudie l'hélium liquide, les cavités micro-ondes[4] et bien sur en optique.

La première étude portant sur les vagues scélérates en optique a été faite en 2007 par D.R. Solli et son équipe, ils ont observé des événements d'intensité extrême dans des fibres optiques.[5]

En 2009, ce sont A. Montina et son équipe qui ont fait l'analyse de la distributions statistique des événements extrême dans un système optique autre que les fibres.[6]

En 2014 J.M. Dudley publie un article sur "les instabilités, breathers et vagues scélérates en optiques"[7].

Pour ce projet nous nous basons sur les travaux (en cours) de Mme Rimoldi concernant les vagues scélérate produites par un laser à cavité optique étendu (VCSEL) avec un absorbant saturable[1].

Chapitre 3

Modélisation

Dans ce chapitre nous détaillerons le modèle utilisé pour simuler des vagues scélérates optiques.

3.1 Le LASER à absorbant saturable

Un LASER classique fonctionne selon le principe suivant : des photons sont créés par émission stimulée dans un milieu amplificateur (ces photons sont tous de même énergie, même polarisation et en phase). La cavité contenant le milieu amplificateur est entourée de deux miroirs partiellement réfléchissant (99%) de sorte que la majeure partie des photons circulant reste piégée dans la cavité et continue le processus d'amplification, tandis que le 1% restant sort de la cavité et donne le faisceau LASER.

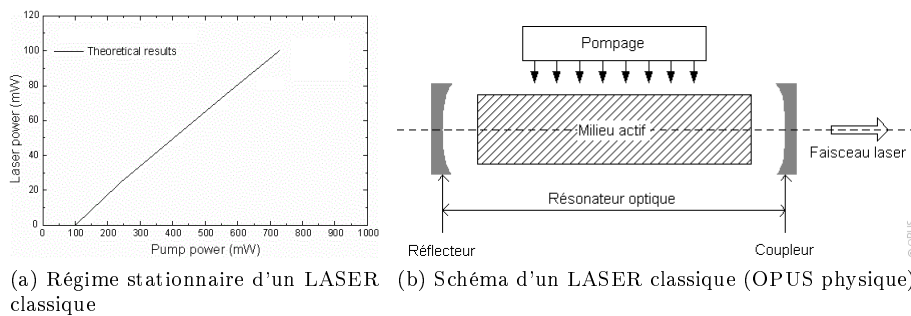


Figure 3.1: Le LASER Classique

Un LASER à absorbant saturable fonctionne suivant un principe très similaire à celui du LASER classique. La principale différence est le placement, dans la cavité, d'un absorbant saturable (élément optique permettant une absorption qui ralentit lorsque l'intensité de la lumière augmente) ayant la propriété de permettre une absorption à faible puissance. La présence de cet absorbant a pour conséquence de réduire considérablement le gain de l'amplificateur (tant que l'absorbant n'est pas saturé) : le LASER n'émet donc pas ou très peu. Lorsque l'absorbant est saturé, il ne provoque presque plus de perte, donc le gain du LASER devient subitement très important. Cette inversion subite du gain permet l'émission d'un rayonnement de grande intensité (toute l'énergie stockée dans l'amplificateur peut être extraite beaucoup plus efficacement).

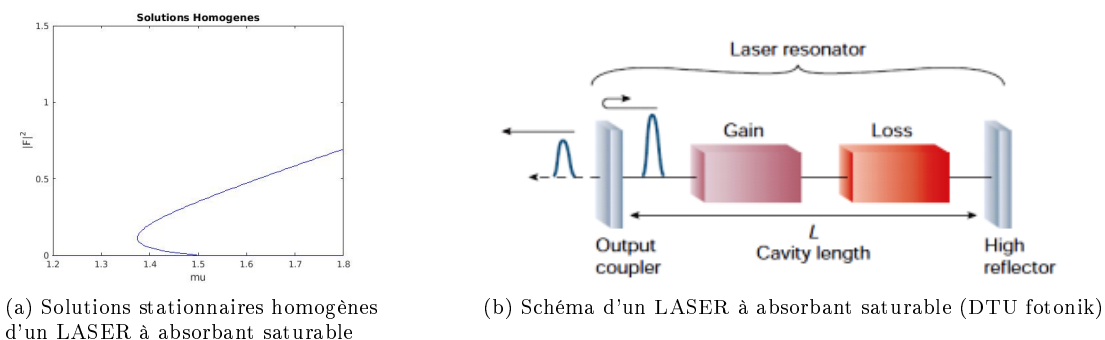


Figure 3.2: Le LASER à Absorbant Saturable

3.2 Équations Différentielles

Pour Modéliser le VCSEL à absorbant saturable on utilise ces équations différentielles non linéaires :[8]

$$\begin{aligned}\dot{F} &= [D(1 - i\alpha) + d(1 - i\beta) - 1 + (\delta + i)\nabla_{\perp}^2] F \\ \dot{D} &= b [\mu - D(1 + |F|^2) - BD^2] \\ \dot{d} &= rb [-\gamma - d(1 + s|F|^2) - BD^2]\end{aligned}$$

(On a en fait 4 équations différentielles à résoudre ici étant donné que F est complexe, il contient donc deux variables.)

Où les variables sont :

- F est proportionnelle à l'enveloppe lentement variable du champ électrique (complexe).
- D correspond à la proportion du porteur de charge dans l'amplificateur (réel).
- d correspond à la proportion du porteur de charge dans l'absorbant (réel).

Et les Paramètres sont:

- μ est le paramètre de pompe (assimilable à la quantité de courant fourni au laser).
- γ est le paramètre d'absorption (équivalent au paramètre de pompe pour l'amplificateur).
- r correspond au ratio des temps de relaxations de l'amplificateur et de l'absorbant.
- α et β sont des paramètres spécifiques des semi-conducteurs appelés "facteur d'élargissement de raie".
- B coefficient de recombinaison radiative (ici choisi égale à 0).
- b ratio du temps de « libre parcours » des photons par le temps de relaxation de l'absorbant.
- s paramètre de saturation de l'absorbant.
- δ paramètre de diffusion du champ (couplage spatial (diffraction et diffusion) du champ électrique dans le plan (x,y)) .

Par intégration numérique (avec le programme LSARogue1.for) de ces équations on obtient les variation spatio-temporelle des variables F, D et d et on étudie le profil d'intensité dans le plan (\hat{x}, \hat{y}).

3.3 Réalisation des Simulations

Nous détaillons la méthode pour obtenir l'évolution du profil d'intensité en fonction du paramètre μ ici.

3.3.1 Programmes Utilisés

Pour réaliser et traiter les simulations nous utilisons deux programmes différents:

- **LSARogue1.for** (fortran)
Écrit par M. Bache et Mme. Tissoni en 2005, dans le but d'étudier la dynamique spatio-temporelle et la formation de structures transverses dans les systèmes laser à semi-conducteur spatialement étendus (VCSEL).
Ce programme a pour but d'intégrer numériquement les équations différentielles présentées plus haut en fonction des paramètres donnés et de fournir un fichier contenant le profil d'intensité dans l'espace et le temps.
- **maxima_contour.m** (matlab)
Écrit par Mme. Rimoldi en 2015, dans le cadre de sa thèse: "Spatio-Temporal extreme events in a LASER with saturable absorber".
Ce programme lit le fichier d'intensité créé par LSARogue1.for et en extrait tout les maxima dans l'espace et dans le temps. Il renvoie une matrice contenant les coordonnées (x,y,t) des maxima ainsi que la valeur.

3.3.2 Paramètres Utilisés

On prépare le programme LSAroque1.in avec les valeurs de paramètres suivant:

- $\gamma = 0,5$
- $\alpha = 2$
- $\beta = 0,2$
- $B = 0$
- $s = 10$
- $\delta = 0,01$
- $r = 0,45$

Ces paramètres doivent rester constants tout au long de la simulation et on change la valeur de μ . Pour cette simulation on veut rester sur la branche turbulente (courbe rouge dans 3.3), on peut donc diminuer la valeur de μ jusqu'à un seuil d'environ 1,4, en dessous de ce seuil on retombe sur la solution homogène triviale (intensité nulle).

(On obtient le graphe ci-dessous en faisant la moyenne temporelle des maximum d'intensité de chaque image pour chacune des simulations, puis on trace l'évolution de la moyenne temporelle des maximums en fonction de la valeur de μ .)

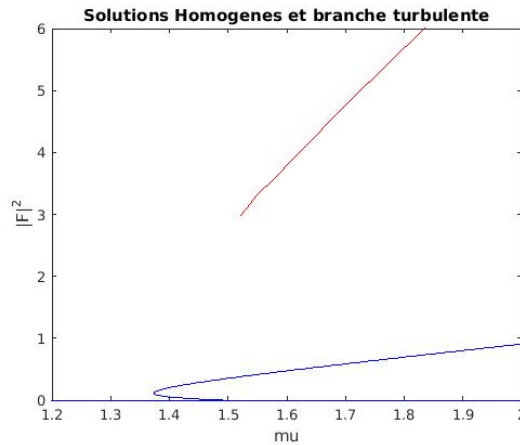


Figure 3.3: Branche turbulente superposée aux solutions homogènes

3.3.3 Protocole Expérimentale

Notre but est d'étudier la distribution statistique des vagues scélérates, produites par un LASER VCSEL à absorbant saturable, en fonction des valeurs que prennent certains paramètres physiques. Pour réaliser ces simulations du profil d'intensité nous suivons donc une méthode précise.

- Nous devons commencer par initialiser le système (avec LSAroque1.for).
Ce LASER possède une double stabilité: une branche homogène d'intensité nulle et une branche turbulente. Nous voulons amorcer le système sur la branche turbulente, nous devons donc commencer les simulations bien au-dessus de la valeur seuil du LASER, ici le seuil se situe à $\mu = 1,50$, nous commençons donc pour une valeur $\mu = 3,00$ et nous baissions cette valeur à chaque simulation jusqu'à ce que le LASER retombe sur la branche homogène.
La simulation d'initialisation doit être suffisamment longue pour que le système atteigne un état stationnaire, ici on la fait durer environ $20ns$ (cette initialisation ne servira pas à l'analyse statistique, on est donc pas obligé d'enregistrer autant d'images que pour la vraie simulation).
- Ensuite nous lançons la simulation (avec LSAroque1.for).
En partant de l'état final de la simulation précédente et sans changer la valeur de μ , nous pouvons maintenant lancer la simulation qui servira à l'étude statistique. Nous avons besoin d'un échantillon représentatif des intensités émises, il faut donc que la simulation soit suffisamment longue (ici $25ns$) et enregistre suffisamment d'images (ici une image par pico-seconde, soit 25000 images).

- Enfin nous faisons l'analyse statistique des fichiers de données obtenus (avec maxima_contour.m). Nous utilisons matlab pour calculer les critères $2Hs$ (sur les maximas) et $\langle I \rangle + 8\sigma$ (sur toute les intensités) et nous utilisons le plus grand de ces critères pour détecter les vagues scélérates (maximas dont l'intensité est supérieure à ces deux valeurs).
- Nous pouvons maintenant lancer la simulation pour la valeur de μ suivante. Dans LSARogue1.for on entre la nouvelle valeur de μ . On prend soin de repartir de l'état final de la simulation précédente et on lance une initialisation comme décrite dans la première étape. On répète ces étapes *dans l'ordre* jusqu'à ce que l'intensité retombe à 0 (branche homogène).

Chapitre 4

Premier Résultats

Nous présentons ici quelques résultats des simulations faites en variant le paramètre μ . (les résultats que nous avons obtenus seront détaillés et analysés sur le site).

4.1 Le Profil d'Intensité

Le programme LSArogue1.in nous donne l'intensité correspondante à chaque point de l'espace (pour toute la zone de l'espace considérée) et du temps (pour toute la durée de la simulation). On peut représenter ces données comme une matrice à trois dimensions où chacune des dimensions représentent une des variables x , y et t , et chaque case de la matrice contient une valeur d'intensité.

Lorsque que l'on "affiche" à l'écran ces valeurs on obtient une surface où l'altitude (z) de chaque point correspond à la valeur de l'intensité associée aux coordonnées (x,y) de ce point.

Ci dessous nous montrons trois photos de ces profils d'intensité, prises lors de la même simulation et à 100ps d'intervalle. Voir la figure fig. (4.1)

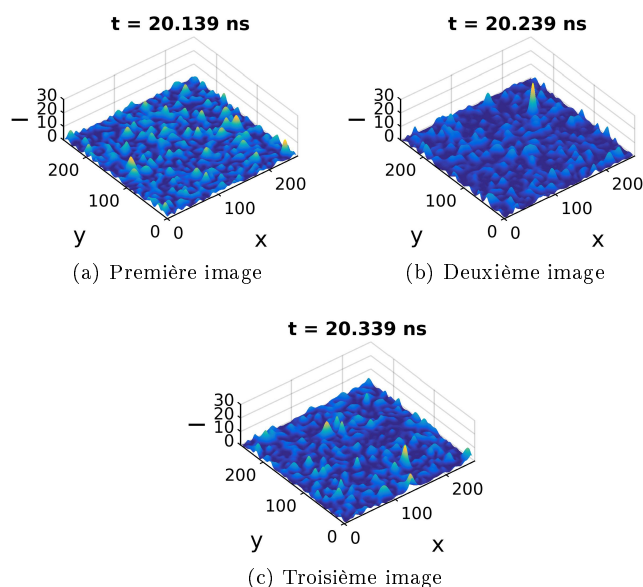


Figure 4.1: Trois profil d'Intensité obtenu à 100ps d'intervalle dans une même simulation

4.2 Les Événements remarquables

En traçant un histogramme de toutes les valeurs d'intensités issue de la simulation on retrouve un résultat similaire à celui obtenu lors des études des vagues scélérates dans les fibres optiques.[7][6] Voir la figure fig. (4.2) Comme on peut le voir sur le graphe ci-dessus, on obtient une distribution "à queue lourde" caractéristique de la présence d'événements extrêmes. L'aplatissement de la distribution pour les grandes valeurs d'intensités indique une plus grande probabilité de rencontrer ces événements extrêmes que pour une distribution gaussienne classique.

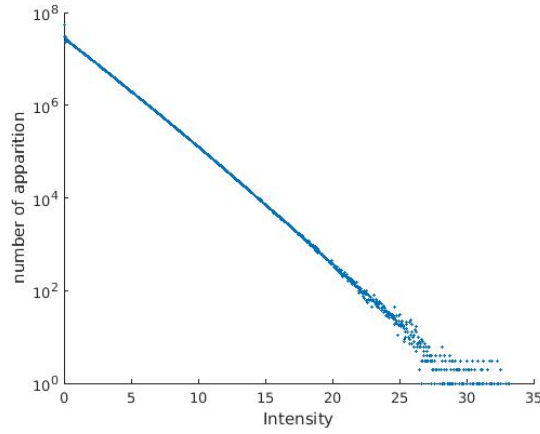


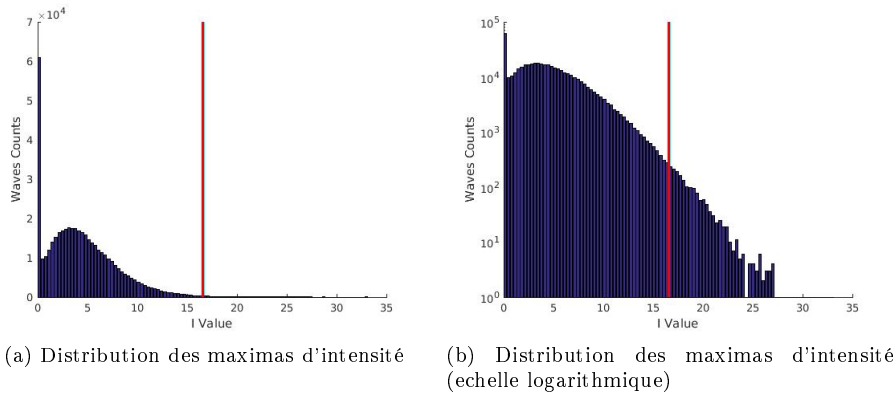
Figure 4.2: Distribution d'intensité sur toute la simulation (échelle logarithmique)

Lorsque l'on trace, de façon similaire, l'histogramme des valeurs d'intensités parmi les maxima de la simulation, on obtient les courbe ci-dessous. Voir la figure fig. (4.3)

On retrouve ici aussi la distribution "à queue lourde" caractéristique des événements extrêmes (même si la distribution des événements n'est plus une simple gaussienne).

Nous avons besoin d'un critère pour isolé les événements extrêmes, ici on utilise:

- $2H_s$ qui est le critère utilisé en hydrodynamique et où H_s correspond à la moyenne des intensités du plus haut tiers des maxima.
- $\langle I \rangle + 8\sigma(I)$ qui est le critère utilisé pour la détection des événements extrêmes en optique et où $\langle I \rangle$ est la moyenne de toute les intensités de la simulation et σ est l'écart type.



(a) Distribution des maxima d'intensité

(b) Distribution des maxima d'intensité (échelle logarithmique)

Figure 4.3: Analyse statistiques des résultats obtenus

Sur ces deux derniers graphes, la barre rouge représente le paramètre $\langle I \rangle + 8\sigma(I)$ (la valeur H_s étant très proche ici, on ne voit la barre bleue correspondante). Toute les intensités au dela de cette limite entre dans la catégorie des événements extrêmes.

Chapitre 5

Conclusion

Les vagues scélérates sont des événements extrêmes caractérisés par une très grande amplitude et une durée d'existence brève. Originellement supposées un phénomène hydrodynamique, on sait maintenant qu'elles sont observables dans de nombreux systèmes physiques. L'étude des vagues scélérates dans les systèmes optiques présente donc l'avantage de donner accès, facilement, à un grand nombre d'événements que l'on peut ensuite analyser statistiquement.

Pour ce projet, nous avons étudié les événements extrêmes dans un laser à cavité optique étendu (VCSEL), ce qui permet d'obtenir un profil d'intensité fluctuant dans le temps et l'espace, par opposition aux fibres optiques qui permettent uniquement l'observation d'une évolution temporelle.

Les premiers résultats que nous avons présentés ici (les distributions d'intensités "à queue lourde") impliquent la présence de ces événements extrêmes dans nos simulations. De plus les deux valeurs seuils $2Hs$ et $\langle I \rangle + 8\sigma(I)$ confirment la présence de vagues scélérates et nous permettent de les quantifier précisément.

Dans ce rapport nous nous sommes concentrés sur la partie théorique et modélisation de notre projet. Pour le site web nous traiterons donc des résultats que nous avons obtenus grâce à nos simulations, nous détaillerons les méthodes d'analyses statistiques que nous avons utilisées et nous montrerons comment les paramètres que nous utilisons (μ et r pour ce projet, voir partie 3.2) influencent la formations des vagues scélérates dans notre système.

Références

- [1] C. Rimoldi, S. Barland, F. Prati, and G. Tissoni. Spatio-temporal extreme events in a laser with saturable absorber. *article en préparation, à soumettre à Physical Review*, 2016.
- [2] M. Onorato, S. Residori, U. Bortolozzo, A. Montina, and F.T. Arecchi. Rogue waves and their generating mechanisms in different physical contexts. *Physics Reports vol.528 pp.47-89*, 2013.
- [3] F. Selmi, S. Coulibaly, Z. Loghmari, I. Sagnes, G. Beaudoin, M.G. Clerc, and S. Barbay. Spatiotemporal chaos induces extreme events in an extended microcavity laser. *Physical Review Letters 116(1), 013901-1-013901-1 DOI:10.1103/PhysRevLett.116.013901*, 2016.
- [4] R. Hohmann, U. Kuhl, H.J. Stockmann, L. Kaplan, and E.J. Heller. Freak waves in the linear regime: a microwave study. *Physical Review Letters 104(9) 093901*, 2010.
- [5] D.R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali. Optical rogue waves. *Nature, vol.450 pp.1054-1057 DOI:10.1038/nature06402*, 2007.
- [6] A. Montina, U. Bortolozzo, S. Residori, and F.T. Arecchi. Non-gaussian statistics and extreme waves in a nonlinear optical cavity. *Physical Review Letters, 103(7) pp.173901-1-173901-4 DOI:10.1103/PhysRevLett.103.173901*, 2009.
- [7] J.M. Dudley, F. Dias, M. Erkintalo, and G. Genty. Instabilities, breathers and rogue waves in optics. *Nature Photonics, vol.8 pp.755-764 DOI:10.1038/NPHOTON.2014.220*, 2014.
- [8] P. Caccia, L. Lugiato, K.M. Aghdami, H. Tajalli, F. Prati, and G. Tissoni. Effects of carrier radiative recombination on a vcsel-based cavity soliton laser. *Applied Physics B, vol.88, no.3, pp.405-410*, 2007.