



UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS  
PROJET TUTEURÉ DE LICENCE DE PHYSIQUE

ANNÉE 2017

---

## Catapulte intelligente

---

*Auteurs :*

Nicolas DAVID  
Lorenzo BETTI  
Edwin DUPRAT

*Encadrants :*

Franck CELESTINI  
Christophe RAUFASTE

Projet réalisé à l'*Institut de Physique de Nice*



3 avril 2017



# Sommaire

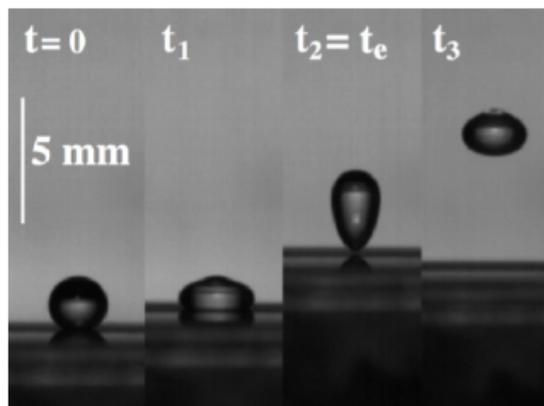
<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Présentation du sujet . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Etude théorique</b>	<b>3</b>
2.1	Historique . . . . .	3
2.2	La catapulte . . . . .	3
2.3	Etude des cas limites . . . . .	4
2.3.1	Premier cas $m_b \gg m_p$ . . . . .	5
2.3.2	Second cas $m_b \ll m_p$ . . . . .	5
2.4	Déformation et "élasticité" des gouttes d'eau . . . . .	6
2.4.1	Tension de surface . . . . .	7
2.4.2	Force capillaire . . . . .	7
2.4.3	Analogie . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Expérience</b>	<b>9</b>
3.1	Détail de l'expérience . . . . .	9
3.1.1	Expérimentation typique . . . . .	10
3.1.2	Gamme des points . . . . .	10
3.2	Imagerie et Analyses . . . . .	10
3.2.1	Séquence typique . . . . .	10
3.2.2	Analyse d'image . . . . .	11
3.3	Résultats . . . . .	11
3.3.1	Graphique et tableau . . . . .	12
3.3.2	Analyse . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>13</b>
4.1	Conclusion . . . . .	13
4.2	Futurs projets d'étude . . . . .	13
	<b>Annexes</b>	<b>2</b>
4.2.1	La catapulte . . . . .	2
4.2.2	Gouttes d'eau . . . . .	2



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Présentation du sujet



Sphérique en l'absence de forces extérieures, les gouttes d'eau peuvent adapter leur morphologie aux contraintes auxquelles elles sont sujettes. L'équipe qui nous a accueilli a pour thème d'étude le comportement des fluides complexes. Leurs travaux ont permis de mettre en avant de surprenantes propriétés sur la capillarité. Les modes de vibrations des gouttes en sont de parfaits exemples, ils mettent en avant les effets de la tension de surface combinés à un mouvement inertiel du substrat [1]. Le rebond de jets d'eau sur une surface super-hydrophobe [2] est également un phénomène directement lié à la capillarité. D'autres observations comme le "splash" d'une goutte d'eau sur une surface super-hydrophobe donnent lieu à d'impressionnantes visions comportementales [3], celui-ci par exemple, conduit la goutte déformée à l'issue de l'impact, à retrouver une forme plus stable, entraînant de surcroît une auto-propulsion verticale de cette dernière. Doté d'une variété et d'une richesse certaine, aussi bien sur le caractère théorique qu'expérimental, l'ensemble de ces sujets a pour mérite, de mettre en lumière les différentes propriétés de la capillarité que l'on peut attribuer à une goutte d'eau.

L'observation comportementale des gouttes d'eau, sur leurs facultés à se mouvoir sous l'action de forces externes a fait mûrir au cours du temps l'idée d'une comparaison entre solide indéformable et fluide. L'un des premiers phénomènes observés sur le comportement des liquides fût l'effet Leidenfrost [4][5]. L'observation phénoménologique est datée du XVIIIème siècle, cet effet est induit par l'application d'une température élevée sous la goutte de substrat. Cette dernière alors déposée sur une plaque chauffée, va se déplacer aléatoirement. Tout se passe comme si elle "lévitait" sur un nuage de vapeur.

Plus tard, sur un autre thème de recherche, Kelvin et Rayleigh étudieront les résultantes de l'application d'une force vibrante sur des gouttes. Cette contrainte provoque dans un autre registre un mouvement plus ou moins complexe du substrat. Le britannique Horace Lamb développa le premier une formule théorique s'appuyant sur les modes de vibration du milieu ainsi que la capillarité qui le caractérise pour décrire le phénomène observé.

Notre sujet consiste en l'étude de la dynamique spécifique qu'adoptent les gouttes. Ce en réaction à l'application d'une force exercée par une catapulte. Nous traiterons également de l'extension et de l'adaptation de ce modèle à d'autres matériaux complexes.

La spécificité de cette dynamique est en lien étroit avec les déformations que subissent les gouttes. Selon nos conditions de manipulations, de l'usage que nous ferons de nos projectiles et des informations que nous

souhaiterons en tirer, nous démontrerons qu'il est possible et parfois indispensable de considérer la goutte d'eau d'avantage comme un objet élastique, que comme un liquide.

Ce sont les propriétés tout à fait particulières des gouttes qui en font des objets de choix pour notre étude, l'exploitation de leur polyvalence physiologique va nous permettre de poser les bases d'une nouvelle théorie de propulsion.

En effet nous commencerons par des gouttes d'eau, mais nous avons pour projet d'évoluer vers différentes natures de projectiles. Nous userons d'un dispositif que l'on peut caractériser de catapulte verticale, le principe de fonctionnement est relativement simple. A la suite du dépôt d'un projectile sur la catapulte, l'objet va alors subir une forte accélération verticale, c'est cette dynamique que nous étudierons.

L'intérêt de cette étude va être en un premiers temps de décrire la physique qu'implique l'utilisation d'un tel dispositif, pour cela nous allons caractériser une propulsion issue d'une catapulte classique. En un second temps par le biais de modélisations, l'objectif sera d'établir un lien théorique entre tous les types d'objets que nous serons amenés à propulser. Nous exposerons ensuite nos premiers résultats qui serviront de base à notre étude future. Pour finir nous exposerons nos projets pour la suite du stage.

# Chapitre 2

## Etude théorique

Qu'ils soient indéformables ou élastiques, cette étude explicite les particularités dynamiques ainsi que les caractéristiques physiques des objets propulsés par la catapulte.

### 2.1 Historique

La catapulte [7] est une machine de guerre utilisée pour envoyer des projectiles à grande distance et ce, sans l'utilisation d'explosifs. Les projectiles utilisés pouvaient être de différentes natures. Son principe de fonctionnement qui reposait initialement sur la flexion d'un arc géant, a laissé place à la torsion d'un « ressort » constitué d'un faisceau de fibres.

Il semblerait que la catapulte trouve ses origines au VI<sup>ème</sup> siècle av JC en Perse. Cette puissante arme fût reprise par les Grecs qui déclineront de ce principe, des armes telles que l'arbalète et la baliste utilisant des flèches comme projectiles. Ce sont eux qui initieront le mécanisme d'armement par torsion bien plus efficace que la tension, les Romains reprendront à leur tour ce principe. Lors du moyen-âge la catapulte a été écartée au profit du trébuchet, plus résistant à l'humidité et jugé plus adapté à l'évolution des combats. Ce dernier, plus massif se base sur un principe de contre poids et non de torsion ou de tension.

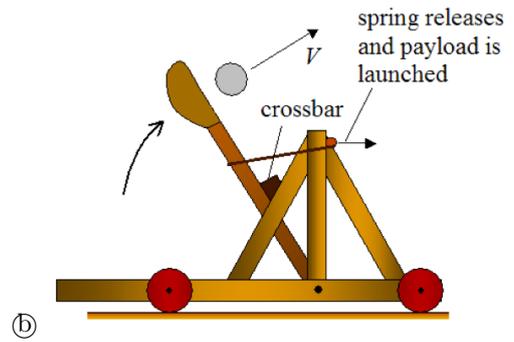
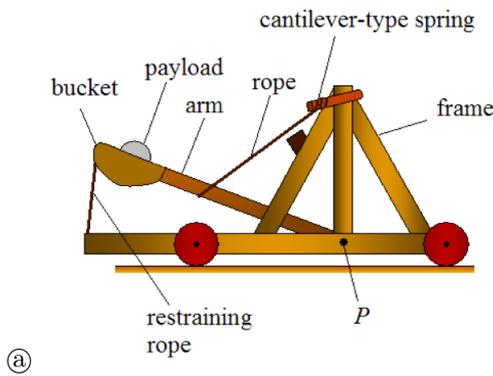
Les dernières utilisations militaires remontent à la guerre des tranchées, elle servait alors à projeter des grenades dans la zone de combat, cet usage fût de courte durée, en raison de l'abandon des grenades au profit du mortier. De nos jours les catapultes sont encore largement utilisées dans la marine, indispensables au décollage sur les portes avions.

### 2.2 La catapulte

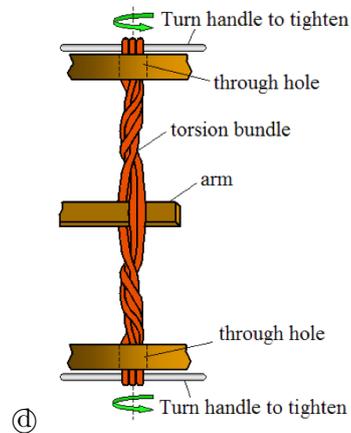
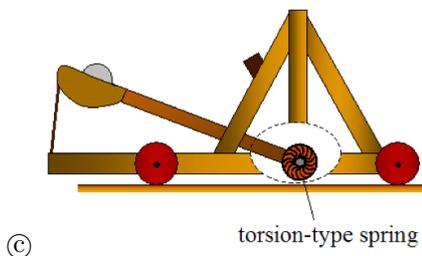
En préambule nous estimons utile de décrire heuristiquement le comportement qu'adoptent les solides sous l'action d'une catapulte "classique", nous recentrerons ensuite notre sujet sur une description physique du mouvement. Quelques détails supplémentaires sur le principe de fonctionnement sont fournis en annexe.

Le modèle de catapulte que nous avons choisis d'exposer se compose d'un bras avec à son extrémité un godet portant la charge. Après le déclenchement le bras décrit une trajectoire circulaire à vitesse élevée de telle sorte que le poids situé à son extrémité soit projeté. La vitesse d'éjection du poids est égale à celle de l'extrémité du bras juste avant que ce dernier vienne buter contre une barre transversale. Il est donc possible de contrôler l'angle de lancement en ajustant la position de cette barre.

Le mécanisme de fonctionnement repose sur un stockage d'énergie potentielle, il se constitue d'un dispositif de torsion ou de tension directement relié au bras. La figure ci-dessous [6] illustre une catapulte dans laquelle la source d'énergie est stockée sous forme de tension.



Sur l'image (a) le point P représente l'axe de pivotement qui est fixé sur le cadre, autour duquel le bras va tourner. L'image (b) illustre la catapulte au point de lancement. L'autre type de stockage d'énergie consiste en la mise en torsion d'une corde. Celui-ci délivre une puissance supérieure au dispositif de tension. Il minimise les déperditions lors du transfert d'énergie. La figure ci-dessous l'illustre :

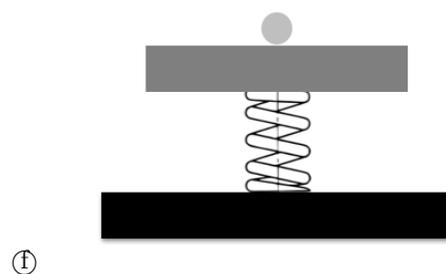
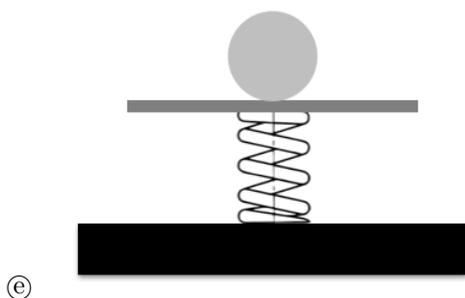


Le mécanisme de torsion situé sur l'axe de pivotement (voir image (c)) est constitué de plusieurs câbles, torsadés enserrant le bras de la catapulte en leurs centre, l'image (d) détaille le mécanisme. Les câbles sont mis en torsion par deux leviers disposés sur les cotés, qui sont remontés manuellement. Lors du déclenchement du tir, les câbles torsadés entraînent dans leurs rotations le bras qui à son tour projette la charge.

## 2.3 Etude des cas limites

Le mécanisme d'une catapulte repose donc sur un stockage d'énergie sous forme potentielle, qu'elle va transmettre au projectile sous forme d'énergie cinétique. Il est possible de modéliser une telle ingénierie, ou du moins son principe de fonctionnement, par un système simpliste uniquement composé d'un ressort et d'une masse.

Ci-dessous les schémas de la modélisation, nous y retrouvons la catapulte qui se compose d'un ressort, et d'une plaque sur laquelle repose une bille. Il est important de distinguer deux cas limites :



Le premier représente le cas  $\textcircled{c}$  d'un transfert d'énergie "**parfait**". C'est à dire que nous considérons la masse de la plaque négligeable devant la masse de la bille  $m_p \ll m_b$ . Dans le second cas  $\textcircled{f}$  nous réalisons l'hypothèse de  $m_p \gg m_b$ , le système conduit à un mouvement oscillatoire, qui n'est pas perturbé par la masse de la bille, il décrit de plus près nos conditions expérimentales.

### 2.3.1 Premier cas $m_b \gg m_p$

Il convient de caractériser le premier cas de parfait, car nous décrivons le système comme si toute l'énergie potentielle élastique, initialement stockée dans le ressort se transmettait au projectile. Ce modèle laisse entendre que la plaque dépourvue d'énergie après le décollage du projectile s'arrêterait. Or nous savons qu'en réalité une telle efficacité n'est pas physiquement permise, ce qui explique que la plaque adopte un mouvement oscillatoire.

Ci-dessous nous explicitons les équations du mouvement suivi par le projectile dans le cas **parfait**. Sont présentes ici les informations relatives à la hauteur maximale atteinte par le projectile ainsi que la **vitesse de libération**, vitesse à laquelle l'objet quitte la catapulte.

Pour la résolution des équations nous imposons deux phases au système. La première lorsque la bille est propulsée par la plaque, où nous négligeons l'influence de la gravité. Une deuxième pendant laquelle la bille effectue un vol libre, où nous tiendrons compte de son poids, sans quoi sa course serait infinie.

Nous nous intéressons à la conservation de l'énergie mécanique du système considéré. A l'instant  $t = 0$ , la plaque est au plus bas l'amplitude est de  $A = l_{int}$ , nous déclenchons donc le mécanisme à cet instant précis. L'objet décolle de la plaque à  $t = t_{lib}$ . Il s'avère qu'à  $t = 0$  toute l'énergie du mécanisme est contenue sous forme d'énergie potentielle élastique ainsi :

$$E_{potentielle} = \frac{1}{2}ky_0^2 = E_{tot} \quad (2.1)$$

Ici  $y_0 = |l_{int} - l_0|$ ,  $l_0$  longueur du ressort au repos.

Puis à l'instant  $t = t_{lib}$ , l'énergie est entièrement sous forme cinétique :

$$\begin{aligned} E_{cinétique} &= \frac{1}{2}m_b v_{lib}^2 + \frac{1}{2}k|l_0 - l_0|^2 = E_{tot} \\ &\rightarrow \frac{1}{2}ky_0^2 = \frac{1}{2}m_b v_{lib}^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dès lors nous pouvons aisément obtenir une expression de la vitesse de libération :

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{k}{m_b}}y_0 = \sqrt{\frac{k}{m_b}}(|l_{int} - l_0|) \quad (2.3)$$

Introduisons maintenant les effets de la gravité, en usant de la conservation de l'énergie nous déduisons la hauteur maximale du lancer à l'instant  $t = t_f$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_b v_{lib}^2 &= m_b g h \\ h &= \frac{v_{lib}^2}{2g} \end{aligned} \quad (2.4)$$

### 2.3.2 Second cas $m_b \ll m_p$

Après avoir étudié le cas parfait, nous pouvons dès lors choisir un modèle plus réaliste en tenant compte de la limite de l'efficacité de notre dispositif ce qui implique d'introduire l'aspect oscillant manquant à nos équations.

Nous sommes donc dans le cas de la plaque massique  $m_p \gg m_b$ , le mouvement oscillatoire de la plaque ne va pas être perturbé par le projectile. Nous imposons donc :

$$x(t) = -A * \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

Nous considérons la gravité négligeable dans cette partie, -uniquement- pour l'obtention de la pulsation de la plaque  $w_0$ , nous résolvons de l'équation d'un oscillateur harmonique, ainsi :

$$w_0^2 = \frac{k}{m_p} \quad (2.6)$$

Nous débuterons notre étude par la projection d'une bille rigide. Ce premier choix va nous permettre de vérifier la véracité, ainsi que l'applicabilité du modèle théorique pour notre montage. De ce fait, nous serons à même de lancer nos manipulations avec la quasi certitude du bon fonctionnement de l'expérience. Dans le cas contraire, il s'avérerait intéressant mais surtout indispensable de détecter une éventuelle erreur systématique contenue dans le dispositif expérimental, sans quoi la totalité de nos résultats pourraient être faussés.

Lors de la résolution dans le cadre de l'oscillateur parfait nous avons admis qu'il était raisonnable de négliger le poids de la bille. Désormais intéressons nous aux conditions pour lesquelles ce postulat est valide. Premièrement l'instant sur lequel nous nous focalisons correspond au décollage de la bille, que nous avons nommé instant de libération. Nous rédigeons l'équation (2.7) en tenant compte de la réaction du support, mais pour la raison explicitée ci-avant nous l'éliminerons très rapidement de nos calculs, valant 0 à l'instant considéré.

Secondement nous traitons ici le problème sans négliger l'influence de la gravité :

$$\sum F_x = m * x''(t) = R + P \quad (2.7)$$

$$x'(t) = A\omega \sin(\omega t) \quad (2.8)$$

$$x''(t) = A\omega^2 * \cos(\omega t) \quad (2.9)$$

$R = 0$  soit :

$$\omega t_{lib} = \arccos\left(\frac{-g}{A\omega^2}\right) \quad (2.10)$$

Une fois le temps de de libération trouvé, nous avons alors  $v_{lib}$  qui vaut :

$$v_{lib} = A\omega * \sin\left(\arccos\left(\frac{-g}{A\omega^2}\right)\right) \quad (2.11)$$

La condition d'une  $v_{lib}$  maximale s'écrit donc :

$$\sin\left(\arccos\left(\frac{-g}{A\omega^2}\right)\right) = 1 \quad (2.12)$$

Soit  $g \ll A\omega^2$ .

Si l'on considère l'instant  $t = 0$  et à l'aide de l'équation (2.11), nous déduisons que le terme critique est l'accélération initiale de la bille  $a_i$ , avec  $a_i = A\omega^2$ . Si nous divisons cette accélération par la valeur de l'accélération de pesanteur sur terre qui est  $g = 9,8m/s^{-2}$ , nous obtenons alors la valeur de l'accélération communiquée à la bille sous une forme adimensionnée qui est  $G$  et donc  $G = \frac{a_i}{g}$ .

Dans le soucis de définir un intervalle de travail où les effets de l'accélération de pesanteur sont négligeables, il est utile de comparer les valeurs de  $a_i$  avec celles de  $g$  et par conséquent les valeurs du rapport  $G$ .

Premièrement : si  $a_i \gg g$ , la gravité est négligeable devant l'accélération initiale communiquée au projectile ce qui induit une vitesse de libération maximale valant  $v_{lib} = A\omega$ . Les équations dynamiques exposées précédemment sont applicables.

Secondement : si  $a_i \ll g$ , la gravité est si importante qu'elle l'emporte sur l'accélération initiale, ce qui implique que  $v_{lib} = 0$ , la bille ne décolle pas de la plaque.

La partie expérimentale de ce rapport aura pour but de déterminer avec plus de précisions à partir de quelle valeur de  $a_i$  nous pouvons considérer être dans le cas  $a_i \gg g$ .

## 2.4 Déformation et "élasticité" des gouttes d'eau

Nous pouvons désormais nous pencher sur le thème principal de notre étude à savoir les fluides. Nous aborderons tout d'abord le cas des gouttes d'eau, puis nous mettrons à profit les résultats obtenus pour établir des analogies.

Les gouttes d'eau appartiennent par définition à la catégorie des fluides, cependant sous certaines conditions, elles sont assimilables à des corps élastiques. Afin de mieux comprendre les situations menant à ces observations ainsi que les enjeux qui en découlent, nous commençons par décrire les critères physiques qui les définissent.

### 2.4.1 Tension de surface

Le premier phénomène qu'il est essentiel de décrire est celui de la tension de surface. Cette quantité physique régit la forme adoptée par les gouttes d'eau. Au sein d'un liquide, une molécule est en interaction attractive avec ses plus « plus proches voisins » dans toutes les directions, la molécule est alors stable. Ces interactions sont dans le cas de l'eau créées par les liaisons hydrogènes.

Désormais plaçons nous dans le cas d'une molécule se situant à la surface de ce même liquide, cette dernière de part sa localisation dispose de deux fois moins de « plus proches voisins », cette situation n'est pas favorable à son équilibre au sein du liquide, ce qui va conduire à une augmentation de l'énergie d'interaction intermoléculaire. C'est alors qu'apparaît l'effet de tension superficielle aussi appelé tension de surface, qui a pour tâche de minimiser l'énergie interne du système et ce en minimisant la surface de l'interface. Ce qui résulte de ces affirmations c'est qu'en augmentant les interactions attractives au sein d'une molécule, la tension superficielle va elle aussi subir une augmentation.

Pour un volume donné, les équations Lagrangienne indiquent que la forme géométrique qui minimise la surface est la sphère. La variation d'énergie d'interaction avec la surface s'écrit  $dE = \gamma dS$ . Nous exposons en annexe le concept menant à cette affirmation.

Dès lors une goutte ne subissant aucune forces extérieures prend la forme d'une sphère sous l'action unique de la tension de surface. Dans l'objectif d'une visualisation plus complète des lois régies par la tension de surface, nous pouvons nous appuyer sur le schéma en annexe.

Le tableau ci-dessous [10] présente quelques valeurs de  $\gamma$  pour divers liquides :

liquide	ethanol	eau	eau/huile	mercure
$\gamma(mJ.m^{-2})$	23	72	50	485

### 2.4.2 Force capillaire

Les tensions superficielles induisent un phénomène d'interaction, la capillarité. Elle va elle aussi contribuer à la forme sphérique des gouttes. Appréciable à la suite d'une combinaison de la capillarité avec un mouvement inertiel, la force capillaire [9] peut être comparée à la force de rappel présente chez les ressorts.

Détaillons le principe, si nous déposons une goutte d'eau sur une surface super-hydrophobe, il apparaît tout à fait convenable d'approximer sa forme comme une sphère parfaite. Lorsque cette dernière est soumise à une force extérieure, une accélération verticale dans notre cas, sa géométrie va être modifiée, en l'occurrence la sphère initiale va subir un aplatissement, ce qui a pour conséquence d'augmenter sa surface de contact avec le milieu super-hydrophobe et implicitement sa surface totale. La capillarité va tendre à diminuer le contact avec la surface super-hydrophobe, elle va favoriser l'interface avec l'air ambiant. Vient s'ajouter à cela le principe de minimisation de l'énergie, qui va tenter de redonner à la goutte sa forme sphérique initiale, on peut alors clairement parler d'une force capillaire mise en évidence par la combinaison de ces deux phénomènes. C'est cette même force capillaire qui est à l'origine des modes de vibrations d'une goutte.

Intéressons nous à l'influence sur l'énergie que peut avoir une déformation que subit une goutte alors comprimée par deux surfaces hydrophobes sur ses faces supérieures et inférieures. Nous déduirons aisément sa variation d'énergie interne puisque dépendante directe de la surface qu'elle adoptera à la suite de la contrainte. Si nous considérons des déformations suffisamment importantes, il est raisonnable de négliger les courbures aux interfaces et ce faisant considérer que la goutte aplatie aura la forme d'un cylindre. Se référer à l'annexe pour une visualisation du schéma et une description plus complète du concept.

Le calcul de la surface du cylindre nous donne directement la variation d'énergie :

$$S_{cylindre} = 2\pi(R + \delta)^2 + 2\pi h(R + \delta) \quad (2.13)$$

Avec  $R$  le rayon de la sphère d'origine,  $\delta$  l'étalement que va subir la goutte,  $h$  la hauteur du cylindre.

Pour une sphère d'eau de rayon  $R = 3mm$ , nous considérons une elongation suffisamment importante qui est  $\delta = 1,55mm$ , une hauteur  $h$  qui vaut en conséquence  $h = 1.7mm$ ,

$$\Delta E = \gamma \Delta S = 4.7 \cdot 10^{-3} mJ \quad (2.14)$$

Il apparaît clairement dans cette application numérique que la variation d'énergie est infime car de l'ordre du milliJoule. Ce résultat est logique, notamment si l'on se réfère à des observations courantes, il s'avère très facile de comprimer une goutte entre deux doigts. Cependant il est possible de visualiser cette variation d'énergie en nous référant au "splash" d'une goutte qui puise son énergie de rebond en cette différence d'énergie.

### 2.4.3 Analogie

La force capillaire précédemment abordée n'est pas propre aux gouttes d'eau, elle est observable de manière récurrente en physique, notamment si nous étudions les oscillateurs harmoniques, la force de rappel d'un ressort en est l'analogie.

Une comparaison peut alors prendre forme entre elles. Les similitudes entre ces deux entités vont jusqu'au concept de résonance des milieux. En effet nous pouvons déceler la présence de fréquences propres au sein d'un ressort, tout comme il serait possible d'en observer sur une goutte d'eau sous contrainte. Ce faisant, comme nous l'avons démontré précédemment dans l'équation (2.6), la pulsation propre d'un ressort est  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ . Si l'on admet que la constante de raideur  $k$ , a pour équivalent  $\gamma$  le coefficient de tension superficielle, la fréquence propre d'une goutte est donc proportionnelle à  $\sqrt{\frac{\gamma}{\rho \cdot V}}$  ou encore  $\sqrt{\gamma} \cdot R^{-\frac{3}{2}}$  avec  $V$  le volume de la sphère,  $\rho$  sa masse volumique et  $R$  son rayon.

Néanmoins il est possible de nuancer cette comparaison, dans la mesure où un ressort soumis à une contrainte extérieure telle qu'une accélération verticale, va propager de manière instantanée, ou du moins si rapidement que nous pouvons allègrement considérer que la propagation de la contrainte se fait de manière immédiate entre son point d'application et l'extrémité opposée du ressort. Ce postulat n'est plus valide lorsqu'il s'agit d'une goutte d'eau.

Il reste cependant utile de s'appuyer sur cette analogie ressort/goutte. Bien que la propagation soit visible, dans l'approximation des milieux continus il est possible d'assimiler une goutte à une chaîne infinie de ressorts, ce qui permet de conceptualiser de manière assez simple la propagation, toutefois il demeure très compliqué à décrire analytiquement.

# Chapitre 3

## Expérience

Les résultats de notre étude dépendent du dispositif expérimental, c'est pourquoi il est important de le tester en amont. Pour ce faire, nous usons d'un modèle simple où les résultats sont connus ce qui rend la calibration du dispositif possible. Dans l'expérience qui suit nous avons fait le choix de propulser une bille solide.

L'objet de ces premières expériences va être de tracer l'évolution du rapport entre la vitesse d'éjection de la bille sur la vitesse maximale de la plaque, en fonction de l'accélération que nous imposons lors de l'expérience. En conséquence des calculs précédemment menés, ce graphique nous permettra de savoir dans quelles conditions initiales nous devrons nous placer afin que les résultats de nos expériences ne soient pas faussés par l'intervention d'un facteur extérieur, en l'occurrence la gravité.

La bille est un solide indéformable, la conservation de l'énergie se doit d'être vérifiée, c'est pourquoi nous nous attendons à ce que la vitesse d'éjection soit égale à la vitesse maximale de la plaque, c'est à dire la vitesse évaluée au voisinage de  $l_0$ . En effet en s'appuyant sur l'équation (2.3) nous voyons que le socle va être accéléré jusqu'au moment où il va atteindre sa longueur au repos,  $l_0$ , au delà de laquelle il va décélérer. Après avoir communiqué toute son énergie potentielle à la bille, s'en suit le décollage de cette dernière.

Dans la poursuite de notre étude il s'avèrera important de pouvoir déterminer la hauteur maximale atteinte par le projectile. Elle est donnée par l'équation (2.4).

### 3.1 Détail de l'expérience

Le montage expérimental est une **catapulte verticale**. Il se compose d'un réglé (ou tige flexible), sur lequel est située à une extrémité l'embase de la catapulte, cette tige représente le ressort d'un oscillateur harmonique. L'autre extrémité est fixé à un support, le choix de la position du point d'attache va permettre de moduler l'amplitude du mouvement. Dans la modélisation, en modifiant le point de fixation nous modifions la raideur du ressort ainsi que sa longueur au repos.

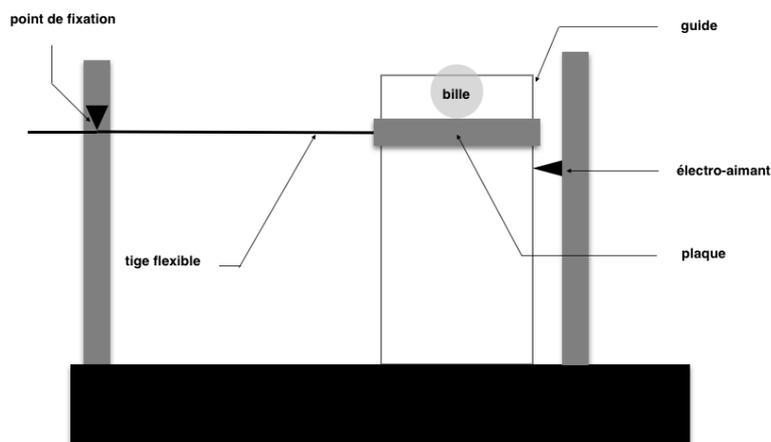


FIGURE 3.1: Détail de l'expérience

Nous disposons donc de paramètres de contrôles qui permettent de modifier l'amplitude  $A$  ainsi que la fréquence  $\omega$  de nos lancers, en d'autres termes nous avons le contrôle de  $a_i$ . Cependant  $\omega$  est fixé pour toutes les séries,

$\omega = 193s^{-1}$  et l'amplitude est de l'ordre du  $mm$ .

La caméra rapide située en face de la zone de projection est de niveau par rapport à l'embase de la catapulte lorsque cette dernière est au repos. Le champ est éclairé par un projecteur fournissant la luminosité nécessaire à l'enregistrement.

L'armement de la catapulte se fait manuellement, le socle est tout de même guidé afin que la poussée soit parfaitement verticale. Une fois l'armement effectué donc l'amplitude souhaitée atteinte, le système est bloqué par une butée : l'électro-aimant. Son activation déclenche le mécanisme et projette l'objet. Par le biais de ce procédé impliquant implicitement la gestions des paramètres de contrôles nous sommes en mesure d'imposer la puissance de lancement souhaitée, valeur représentée par  $G = \frac{a_i}{g}$ .

### 3.1.1 Expérimentation typique

Il est temps de mettre la bille en position de lancement, ce qui nous permet alors d'effectuer les derniers ajustements sur la focale de la caméra. Ce réglage s'avère crucial dans la détection de l'instant de décollage, condition impérative lors du traitement des données.

### 3.1.2 Gamme des points

Pour un réglage de raideur donnée, la tige flexible nous autorise une certaine plage d'amplitude. Il a fallu vérifier que les amplitudes accessibles permettaient un échantillonnage suffisamment riche pour nos mesures.

Dans le soucis de déterminer si le choix de  $\omega$  est judicieux ou si au contraire ajuster sa valeur est nécessaire, nous avons cherché les extrema d'amplitude alloués à nos paramètres.

Ceci est le second paramètre de contrôle, l'amplitude  $A$ . Le choix des amplitudes max et min s'est effectué à l'oeil nu. Il a fallu détecter l'amplitude minimum pour laquelle la bille décollait de la plaque. Ce réglage symbolise la transition entre le cas limite  $g \gg A_i$  où la bille ne décolle pas, vers  $g > A_i$  cas dans lequel une légère propulsion est observable. En revanche nous ressentons encore manifestement l'importance de  $g$ .

Plus simplement l'amplitude maximum est contrainte par le montage, une fois le réglé en tension maximum il n'est plus possible d'augmenter l'amplitude.

A la suite de quoi, nous avons effectué un premier enregistrement pour ces positions, nous avons traité immédiatement les données afin d'obtenir une valeur de  $G$ . Nous obtenons les valeurs de  $G = 3, 5$  et  $G = 15, 8$  qui correspondent respectivement au minimum et au maximum d'amplitude pour la raideur imposée.

Nous décidons d'étaler six mesures de manière homogène entre les bornes d'amplitude. Pour cela avant d'enregistrer une série de mesure il nous a fallu estimer rapidement le  $G$  imposé.

## 3.2 Imagerie et Analyses

L'analyse d'image est effectuée à partir du logiciel ImageJ dans lequel nous insérons les vidéos et nous analysons les séquences typiques.

### 3.2.1 Séquence typique

Ci-après la représentation du jet de la bille de gauche à droite, l'instant  $t = 0$  correspond à l'instant du déclenchement de la catapulte, l'amplitude est donc au maximum. Puis  $t = t_{lib}$  illustre le décollage de la bille. Le  $t_1$  est un instant intermédiaire dans la trajectoire de la bille. Et enfin la dernière image montre l'instant  $t_f$ , qui caractérise le moment où la bille atteint le point culminant de sa trajectoire.

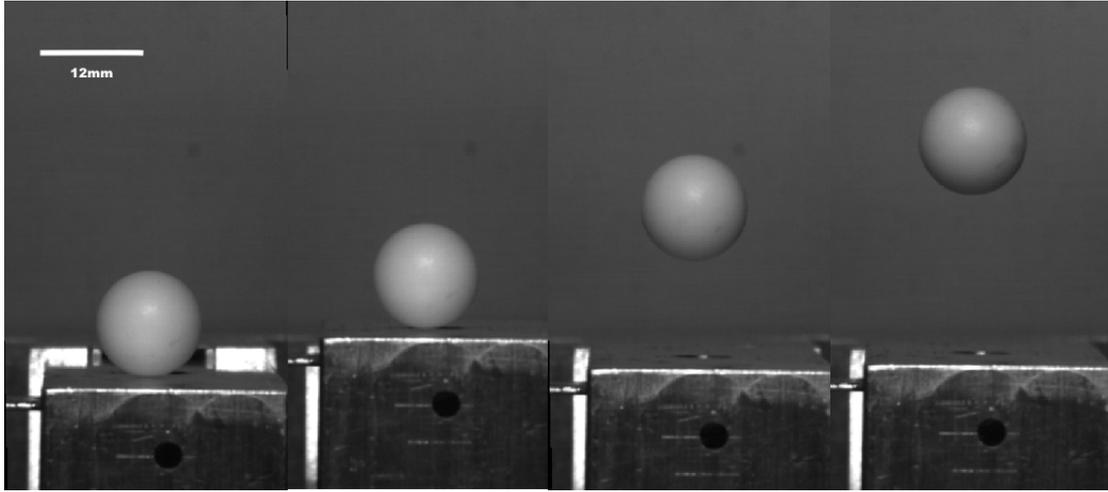
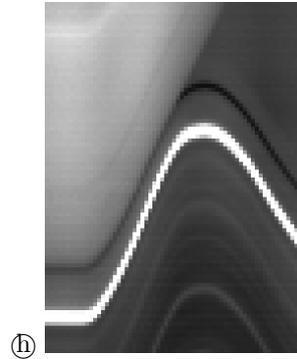
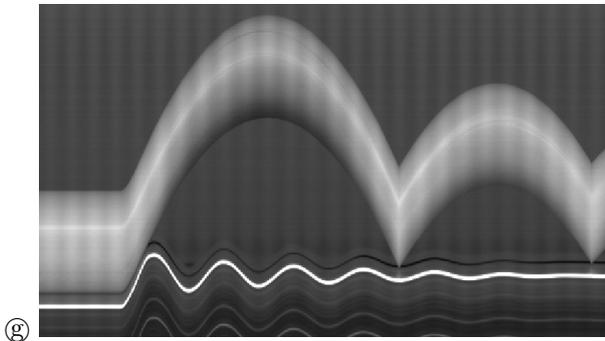


FIGURE 3.2: Catapultage d'une bille rigide,  $t = 0$ ;  $t = t_{lib}$ ;  $t = t_1 > t_{lib}$  et  $t = t_f$

### 3.2.2 Analyse d'image

Pour une même valeur de  $G$  nous effectuons cinq enregistrements. Nous avons en fin de manipulation, six fichiers comportant chacun cinq vidéos. Le logiciel ImageJ permet de transposer le film de la projection en un graphique spatio-temporel, sur lequel apparaît clairement la trajectoire de la bille tout comme les oscillations sinusoïdales amorties de la plaque. Pour le premier jet il n'est utile de renseigner que les informations relatives à la fréquence d'oscillation de la plaque, et l'amplitude imposée au système. Cette amplitude est définie par la distance séparant la position de la plaque lors de l'armement initial avec la position d'équilibre de la plaque. Nous obtenons un  $G$  et décidons de garder ou non cette amplitude.



Ci-dessus, deux diagrammes spatio-temporels, qui ont en abscisse le temps et en ordonnée la position des objets qui composent l'image. (g) illustre l'évolution complète du système alors que (h) est un zoom sur l'instant où la bille quitte la plaque, c'est sur cette région que nous portons notre attention.

Si le  $G$  est retenu, nous employons la méthode de la tangente pour l'extraction des données utiles à l'analyse. Cette dernière effectuée sur l'image (h) nous permet de remonter aux vitesses de la bille ainsi que de la plaque, respectivement  $v_b$  et  $v_p$ . L'évaluation des incertitudes est un paramètre essentiel pour l'exploitation des résultats, elles sont traitées de manière statistique, nous calculons ainsi l'écart-type du rapport  $\frac{v_b}{v_p}$  de chaque série de mesure.

### 3.3 Résultats

A la suite de l'expérience menée précédemment nous disposons d'une banque de données qu'il est désormais temps de traiter. Les enjeux sont multiples, il s'agit essentiellement de définir le domaine d'étude sur lequel nous devons baser nos paramètres de contrôle, mais également de confronter résultats théoriques et expérimentaux.

### 3.3.1 Graphique et tableau

Nous reportons les valeurs obtenues dans un graphique :

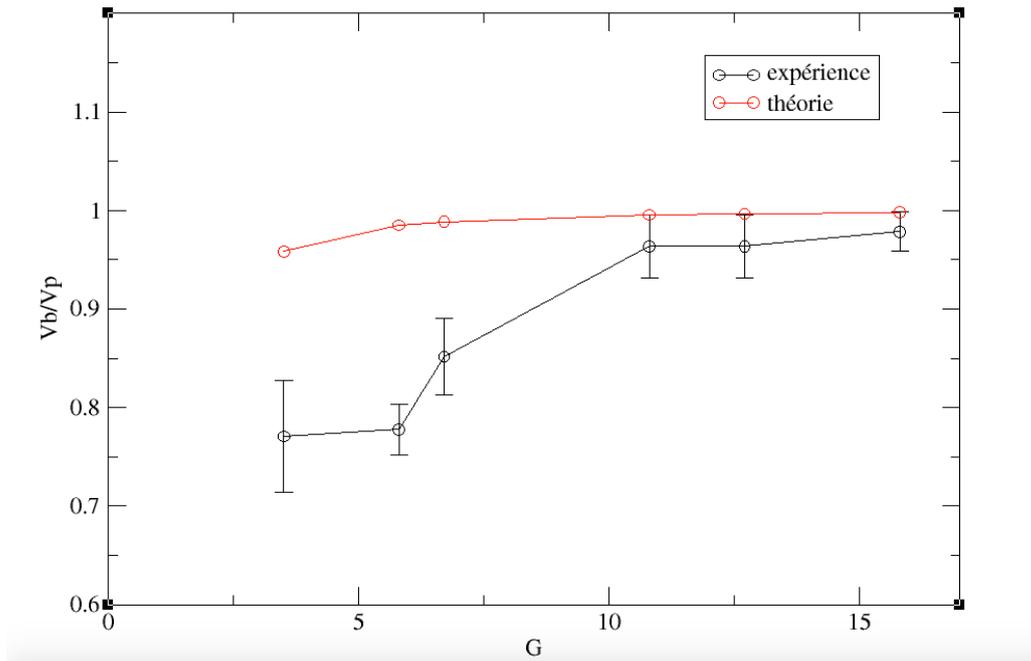


FIGURE 3.3: Graphique évolution du rapport des vitesses  $v_b/v_p$

<b>G</b>	3,5	5,8	6,7	10,8	12,7	15,8
$v_b/v_p$	0,7709	0,7779	0,8516	0,9637	0,9636	0,9785
<b>theorie</b>	0,9583	0,9850	0,9887	0,9957	0,9968	0,9979

### 3.3.2 Analyse

Les résultats obtenus pour cette première expérience font ressortir une valeur de  $G$  significative, cette valeur critique est  $G_c = 10.8$ , après quoi la courbe tend asymptotiquement vers 1. En dessous de cette valeur critique, la courbe croît, le rapport  $\frac{v_b}{v_p}$  augmente donc, ceci implique une augmentation de la vitesse de libération de la bille  $v_b$  liée à l'augmentation de  $G$ . Ces observations mettent en évidence l'importance de l'accélération de pesanteur  $g$ . Tant que la condition  $g \ll a_i$  n'est pas validée, la vitesse  $v_b$  est bien inférieure à la vitesse de la plaque  $v_p$ .

Cependant la différence entre le rapport des vitesses et la valeur théorique attendue n'est pas complètement expliquée par ce phénomène. La valeur de  $g$  est un paramètre de l'équation théorique, une telle différence est donc difficilement explicable. Il est possible que l'hypothèse sur laquelle repose la courbe théorique ne soit pas toujours valide. En effet nous admettons que  $m_b \ll m_p$ , or en réalité ce n'est hypothétiquement le cas qu'à partir d'une certaine valeur de  $G$ , en l'occurrence  $G_c$ . Si l'accélération est nettement inférieure à cette valeur tout se passe comme si la bille était freinée probablement par sa masse, si l'on considère une trop faible accélération. En revanche, en deçà de  $G_c$  l'hypothèse faite sur les masses semble cohérente.

C'est à compter de  $G_c$  que nos valeurs expérimentales sont suffisamment proches des valeurs théoriques, de sorte que les barres d'incertitudes autorisent les valeurs de la courbe théorique. Nous déduisons que c'est aux environs de  $11g$  que la transition vers le deuxième cas limite où  $a_i \gg g$  se fait.

D'autres facteurs influent sur nos résultats entre autre la détection précise de l'instant  $t = t_{lib}$  où la bille quitte la plaque. Lors du traitement d'image son estimation peut s'avérer faussée, notamment si la caméra se trouvait être légèrement inclinée pendant l'enregistrement.

Ces résultats se révèlent précieux pour la suite de l'étude, nous savons d'une part qu'il faut imposer un  $G > G_c$  pour obtenir des résultats cohérents car physiquement indépendant de l'influence de la gravité. D'autre part la confrontation des résultats expérimentaux avec ceux issus de la théorie s'est montrée satisfaisante après la valeur critique  $G_c$  ce qui apporte la confirmation du bon fonctionnement de la manipulation.

# Chapitre 4

## Conclusion et Perspectives

L'étude préliminaire touche à sa fin, il est désormais temps d'introduire les concepts que nous étudierons dans la suite du projet. En conséquence ce chapitre est dédié à la conclusion de notre rapport ainsi qu'à la suite de nos recherches, nous y exposerons les concepts qui feront ultérieurement l'objet d'une étude, mais aussi les perspectives d'applicabilités de cette étude.

### 4.1 Conclusion

L'objet de ce rapport de début de stage était d'effectuer une étude bibliographique sur le sujet ainsi qu'une étude théorique préliminaire. Pour cela nous avons tout d'abord abordé le cas d'une catapulte classique, ce qui nous a permis d'introduire le principe de transformation d'énergie sur lequel repose ce type d'ingénierie.

Puis nous nous sommes recentré sur l'étude théorique des gouttes d'eau, en caractérisant leurs propriétés physiologique. Nous avons ensuite déduit de ces caractéristiques des analogies avec d'autre modèle connus. Ceci nous a mené à la modélisation de deux cas distincts, leurs études nous a fournis les données nécessaires à la compréhension des observations expérimentales.

L'expérience que nous avons effectué avait pour but la prise de connaissance du matériel avec lequel nous devrons opérer dans la suite du stage, mais aussi de répondre aux questions posées par le modèle théorique. C'est à dire déterminer les conditions de validités du modèle, nous parlions alors de calibration du dispositif.

En conclusion ce rapport va servir de base à notre étude sur un plan théorique, mais aussi expérimental.

### 4.2 Futurs projets d'étude

In fine après avoir calibré notre la catapulte avec une bille rigide, nous disposons d'un domaine d'étude précis pour la suite du stage, dans laquelle nous orienterons l'étude vers divers corps.

**Les gouttes** bien que déjà dépeint de manière théorique lors de ce rapport, elles constitueront une grande partie de nos futurs recherches. Nous les soumettrons à une étude expérimentale et nous vérifierons l'applicabilité du modèle théorique développé.

Nous devrons faire face à de nouveaux défis expérimentaux notamment en terme de traitement d'image. L'imagerie comportementale d'une goutte est bien plus compliquée à traiter que celle d'une bille rigide. En effet de part sa physiologie élastique, il sera complexe de décrire précisément sa dynamique. Une fois la méthode d'exploitation mise au point, il sera intéressant d'étudier et de définir les paramètres d'une propulsion optimum. Nous nous intéresserons a posteriori aux diverses applications que l'optimisation d'une telle propulsion peut apporter au monde actuel.

**Les hydrogel** sont des matériaux élastiques complexes. Ce sont des billes à l'origine solide et de petite taille, qui une fois laissées dans de l'eau, vont s'en gorger et gonfler. Au delà de leur nature élastique l'aspect intéressant des hydrogels est de pouvoir contrôler leur volume donc leur pourcentage d'eau, et de ce fait maîtriser leurs élasticités. Ceci constitue un nouveau paramètre de contrôle. Il faudra étudier les influences sur la propulsion que peuvent avoir les trois paramètres dont nous disposons désormais. Pour comprendre cela théoriquement, nous appliquerons les analogies établies lors de ce rapport et nous userons des données recueillies dans le cas de la goutte d'eau.

**La gélatine photo-élastique** va se révéler utile lors de l'étude de la propagation de la contrainte. Lors de cette partie l'objectif sera d'observer les supposées influences que peut avoir la forme du projectile sur l'efficacité de la propulsion. La forme de l'objet sera alors un nouveau paramètre de contrôle. A l'issue de cette analyse nous

disposerons de précieuses informations concernant l'impact de ce nouveau paramètre de contrôle. Ce faisant en combinant ces résultats avec les précédents, toujours dans l'objectif d'une optimisation, nous serons à même de déterminer les paramètres d'une propulsion optimum. Selon des critères de taille, de forme, et d'élasticité le tout en fonction des caractéristiques imposées par la catapulte.

Enfin pour clôturer l'étude et y apporter une concrétisation matérielle, nous avons l'intention de créer des projectiles **bicomposites**. Ils bénéficieront de l'ensemble des résultats des expériences réalisées, ce faisant ces derniers seront conçus de sorte à optimiser leurs propulsions.

## Remerciements

Nous tenions à remercier l'Institut de Physique de Nice qui nous a accueilli pour ce stage. Nous remercions également monsieur Christophe Raufaste et monsieur Franck Celestini membre de l'équipe "Fluides complexes" qui nous ont encadré tout au long de ces semaines afin de mener à bien cette première partie de stage.

# Annexes

### 4.2.1 La catapulte

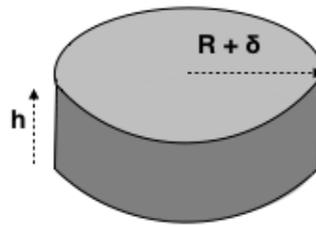
La trajectoire parabolique des projectiles de la catapulte en fait une arme redoutable face à des fortifications. Cependant la catapulte n'est pas aussi efficace que le trébuchet. En effet une grande partie de l'énergie stockée est « gaspillée » pour fournir au bras l'énergie nécessaire pour atteindre une vitesse de projection maximale. Il est toutefois possible de minimiser cette perte par l'allègement du bras ainsi que du godet, dans une certaine limite, ils doivent être capables de résister aux contraintes du lancement.

### 4.2.2 Gouttes d'eau

Il est important de préciser dans quel cas nous pouvons caractériser notre surface comme hydrophobe ce que nous pouvons voir sur l'image (a). L'image (b) explicite les rôles des différentes tensions de surfaces, directement dépendantes de l'interface considérée.

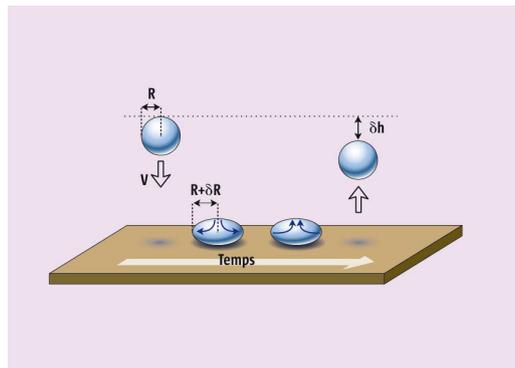


Cylindre :



(c)

Schématisation du rebond d'une goutte :



# Références

- [1] Xavier Noblin, Richard Kofman, Franck Celestini, "Ratchetlike motion of a shaken drop", Phys. Rev. Lett, American Physical Society, 2009, 102 (19), pp.194504
- [2] Franck Celestini, Richard Kofman, Xavier Noblin and M.Pellegrin, "Water rebonds on hydrophobic surfaces : a firststep to jet micro-fluidics", ,2010
- [3] FH.Harlow, JP.Shannon"The splash of a liquid drop" - Journal of Applied Physics 38, 3855 (1967)
- [4] Jonathan B.Boreyko and Chuan-Hua Chen "Self-Propelled Dropwise Condensate on Superhydrophobic Surfaces" - - october 2009
- [5] Franck Celestini, Thomas Frisch, Yves Pomeau, "Take-off of small Leidenfrost droplets", Phys. Rev. Lett, 109, 034501, (2012).
- [6] <http://www.real-world-physics-problems.com/catapult-physics.html>
- [7] <https://en.wikipedia.org/wiki/Catapult>
- [8] F.Brochard-Wyat, P-G. de Gennes, D. Quéré, "Gouttes, bulles, perles et ondes" Belin Education
- [9] Franck Celestini, Richard Kofman, "Vibration of submillimeter-size supported droplets", Phys. Rev. Lett. E : Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, American Physical Society, 2006, 73 (4), pp.041602.1-041602.6. <10.1103/PhysRevE.73.041602>
- [10] Cours de mécanique des fluides de 2<sup>eme</sup> année de licence de physique, Mr Laundry.