



UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS

PROJET TUTEURÉ DE LICENCE DE PHYSIQUE

ANNÉE 2017

Modes de propagation dans les fibres optiques monomodes et multimodes

Auteurs :

Guillaume BURGNIES
Quentin MORINO

Encadrant :

Bernard DUSSARDIER

Projet réalisé à l'Institut de Physique de Nice (IN Φ NI)



04 Avril 2017

Sommaire

1	Introduction	1
1.1	Présentation du sujet	1
1.2	Problématique	1
1.3	Contenu du rapport	1
2	Bibliographie	3
3	Description des fibres optiques	6
3.1	Structure des fibres optiques	6
3.2	Modèle des rayons pour le guidage de la lumière dans les fibres optiques	6
4	Théorie de la propagation de la lumière dans les fibres optiques	8
4.1	Les solutions de l'équation de propagation	8
4.2	Simplification des solutions de l'équation de propagation pour notre problème	8
4.3	Calcul de la constante de propagation normalisée	10
5	Les interférences et la ré-imagerie pour l'application des capteurs optiques	11
5.1	Les interférences	11
5.2	La ré-imagerie	11
6	Simulation numérique des modes guidés $LP_{0,m}$	12
7	Conclusion	15
Annexes		2
Annexe 1		2
1	Calculs pour le modèle des rayons	2
Annexe 2		3
1	Les équations de Maxwell du champ Electromagnétique	3
2	Les équations de propagation associées	3
3	Calcul de la constante de propagation.	4
Annexe 3		5
1	Code scilab pour tracer les modes LP_{01}	5
Références		7

Chapitre 1

Introduction

1.1 Présentation du sujet

Une fibre optique est en général constituée par un fil en verre ou en plastique très fin qui a la propriété de guider la lumière et sert pour la transmission de signaux optiques et ainsi de données. Celle-ci offre un débit d'information nettement supérieur à celui des câbles coaxiaux. Le principe de la fibre optique a été développé dans les années 1970 notamment dans les laboratoires de l'entreprise américaine Corning Glass Works. La fibre optique peut être utilisée pour conduire la lumière entre deux lieux distants de plusieurs centaines, voire milliers de kilomètres, permettant les communications à très longue distance et à des débits jusqu'alors impossibles.

On retrouve les fibres optiques dans de nombreux domaines, par exemple un domaine où elles sont très utilisées est celui des télécommunications. Avec l'essor d'Internet et des échanges numériques, son utilisation se généralise petit à petit jusqu'à venir chez le particulier. Les opérateurs et les entreprises ont été les premiers acquéreurs de fibres optiques. Elles sont également utilisées pour les réseaux informatiques. La fibre optique fut introduite dans les réseaux informatiques pour pallier plusieurs points faibles des câbles de cuivre utilisés auparavant : la lumière qui y circule n'est pas sensible aux perturbations électromagnétiques et s'atténue beaucoup moins vite que le signal électrique transporté sur cuivre.

On peut également les retrouver comme amplificateur optique, les fibres dopées sont utilisées pour amplifier un signal. On les trouve également dans les lasers à fibre. Les fibres à double-gaine sont de plus en plus utilisées pour le pompage optique de haute puissance.

On retrouve aussi les fibres dans le domaine de l'éclairage, dans le domaine de la médecine, le fibroscope, qui utilise la fibre optique pour véhiculer l'image de la zone à explorer jusqu'à l'œil du médecin réalisant l'examen exploratoire. Et enfin on retrouve les fibres optiques pour fabriquer des capteurs qui est le sujet de notre projet, par exemple pour la température, l'indice de réfraction [1].

1.2 Problématique

Dans notre cas, tout au long de notre projet, nous allons nous intéresser aux fibres optiques en vue de réaliser un ou plusieurs capteurs. Pour cela nous nous intéressons donc à l'étude et à la compréhension de la théorie, de toutes les différentes propriétés que peuvent avoir les fibres optiques, afin de mettre en œuvre par la suite des expériences pour comprendre et constater ces propriétés en pratique.

Pour cela nous devons comprendre les caractéristiques intrinsèques des fibres optiques, ainsi que la physique qui permet d'expliquer la propagation de la lumière dans celles-ci. Ensuite nous devons pouvoir réaliser les différentes techniques de manipulation utilisées en laboratoire, afin de concevoir un capteur.

Pour réaliser tout cela, nous nous appuyerons sur le cours dispensé par notre encadrant, Mr Bernard Dussardier, durant tout ce semestre, et par l'étude de différents articles et surtout par l'article à cette référence [2] pour la réalisation finale de notre projet.

1.3 Contenu du rapport

Nous consacrerons une première partie de notre rapport à la bibliographie, et donc aux articles étudiés, après une brève présentation de ceux-ci, nous en expliquerons l'utilité pour notre projet, comment nous nous servons des connaissances que ceux-ci nous apportent et quel sera notre projet final. Ensuite, dans une seconde partie nous aurons la description détaillée des fibres optiques, leur définition et surtout leur composition et structure, puis nous évoquerons brièvement le modèle des rayons qui explique de façon simplifiée la propagation de la lumière dans les fibres optiques. Dans la troisième partie, nous aborderons la théorie qui nous sera nécessaire à la réalisation finale de notre projet. Nous

parlerons des modes qui sont appelés modes linéairement polarisés $LP_{l,m}$, et qui est une autre approche beaucoup plus exacte pour l'explication de la propagation de la lumière dans les fibres. Ce modèle est plus complexe comparé à celui des rayons et plus difficile à assimiler, mais beaucoup plus pertinent pour comprendre les phénomènes physiques et indispensable pour notre projet. Pour finir nous nous tournerons vers le phénomène d'interférence et de ré-imagerie, qui sont tous deux indispensables en vue de la réalisation d'un capteur performant à l'aide de fibres optiques, et pour finir une présentation des résultats de simulations numériques effectuées. Ce rapport ne présente que l'aspect purement théorique et numérique que nous avons étudié durant ces premières semaines, et toutes les expériences futures seront exploitées et interprétées dans le site web qui sera réalisé pour la soutenance.

Chapitre 2

Bibliographie

Nous allons présenter dans cette partie les deux articles que nous avons étudiés jusqu'ici pour la compréhension de notre projet, et la réalisation finale envisagée. Le premier article [3] présente les fibres optiques et expose les différentes utilisations en tant que capteur que l'on peut réaliser avec celles-ci. Le deuxième article [2], est celui qui nous sera le plus utile en vue de la réalisation de notre projet. En effet, cet article traite la fabrication d'un capteur d'indice de réfraction.

Dans le premier article, nous avons une première approche de l'utilisation des fibres optiques en tant que capteur. Il existe 3 types de capteurs, les capteurs ponctuels, les capteurs distribués et les capteurs quasi-distribués. Dans notre cas, le capteur que nous envisageons de mettre en œuvre sera un capteur ponctuel. Nous ferons donc des mesures seulement à un seul endroit précis de la fibre.

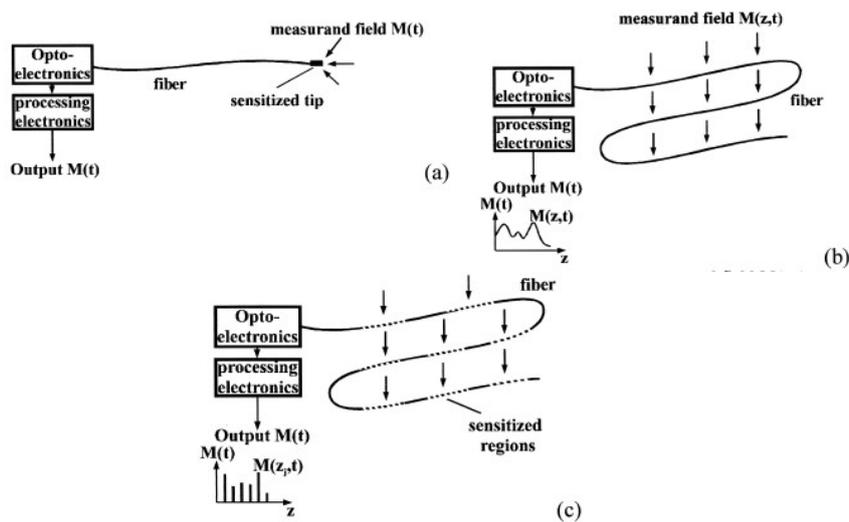


FIGURE 2.1 – Schéma d'un capteur ponctuel (a), distribué (b) et quasi-distribué (c) (Extrait de [3]).

Cet article nous permet de comprendre les enjeux de l'utilisation des fibres optiques comme capteur. Il nous est présenté plusieurs types de capteurs, comme par exemple les capteurs interférométriques, les capteurs optiques distribués, les réseaux de Bragg. Cela nous montre aussi les limites des fibres optiques, les problèmes auxquels il faut faire face pour avoir la meilleure précision possible par exemple, et pour avoir les capteurs les plus fiables. Les fibres optiques sont très sensibles, il faut donc étudier beaucoup de paramètres enfin d'avoir de bons résultats. Fondamentalement, un capteur à fibre optique module une ou plusieurs propriétés d'une onde lumineuse transmise, comme par exemple son intensité, sa phase, sa polarisation ou sa fréquence, en réponse au paramètre environnemental mesuré. Nous apprenons aussi dans l'article qu'il y a les capteurs optiques extrinsèques, où la fibre optique ne sert qu'à transmettre la lumière jusqu'à l'élément de détection. Il y ensuite les capteurs optiques intrinsèques, où la fibre optique constitue elle-même l'élément de détection. C'est ce dernier qui nous intéresse car c'est un capteur de ce type que nous fabriquerons. Les capteurs à fibre optique possèdent de nombreux avantages, mais ils ont aussi des inconvénients. Les fibres optiques sont par exemple insensibles au champ électromagnétique qui pourrait les perturber. Elles offrent également une plus grande sensibilité et une meilleure précision, et peuvent résister à de hautes températures. Elles ont également des inconvénients comme la complexité de la connectique associée, ou encore la difficulté à détecter lorsqu'une fibre présente un défaut.

Le second article est très important pour nous, il présente l'aspect théorique de la fabrication d'un capteur d'indice de réfraction, qui est le but ultime pour la réalisation de notre projet. Il est également présenté dans cet article les résultats de simulations numériques qui ont été effectuées. Pour cela, les interférences qui s'y déroulent, ont été étudiées et proposées comme base de fondement pour un certain nombre de nouveaux dispositifs à fibre. Ce capteur utilise deux fibres monomodes qui sont soudées, chacune à chaque extrémité d'une troisième fibre qui est cette fois-ci une fibre multimode. La première partie de l'article, après une brève introduction, se consacre à la description théorique de la propagation de la lumière dans cette structure particulière (appelée structure SMS), qui requiert donc une étude théorique précise pour comprendre comment la lumière va se comporter. La lumière sera donc introduite dans la fibre monomode, et elle se propagera dans le cœur de celle-ci jusqu'à la fibre multimode, pour finalement arriver dans la seconde fibre monomode (voir figure 2.2). Un point important est que pour notre capteur, seuls les modes $LP_{0,m}$ vont être guidés, ceci en raison de la géométrie circulaire des fibres optiques utilisées.

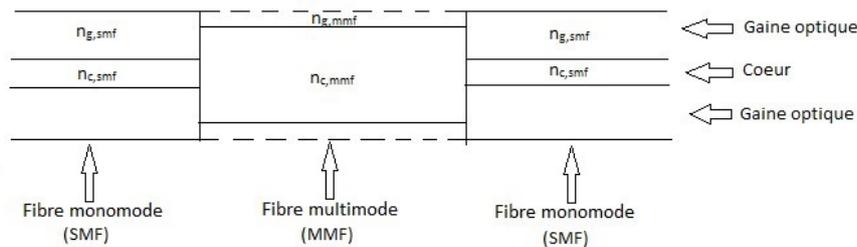


FIGURE 2.2 – Schéma du dispositif pour la réalisation du capteur d'indice de réfraction.

- $n_{g,smf}$ l'indice de la gaine dans la fibre monomode.
- $n_{c,smf}$ l'indice du cœur dans la fibre monomode.
- $n_{g,mmf}$ l'indice de la gaine dans la fibre multimode.
- $n_{c,mmf}$ l'indice du cœur dans la fibre multimode.

Description du dispositif ou structure SMS et son fonctionnement :

La structure d'une fibre SMS (Single-mode–Multimode–Single-mode) consiste à relier ensemble 3 fibres optiques, deux monomodes et une multimode. Nous considérons que la lumière se propage de gauche à droite (figure 2.2). La fibre multimode se trouve au milieu prise en « sandwich » par les fibres monomodes, la fibre multimode ne représente qu'une courte section de l'ensemble du dispositif. Dans le but de faire un détecteur pour l'indice de réfraction, le revêtement de la fibre multimode est retiré grâce à un procédé chimique (représenté par les pointillés sur la figure 2.2). Lorsque la fibre multimode est immergée dans un liquide, celui-ci agit comme le revêtement de la fibre. Cela va donc influencer la propagation de la lumière dans cette section de fibre multimode, et ainsi influencer également l'intensité au niveau de la soudure entre fibres monomodes et multimodes. Le réfractomètre exploite les interférences (figure 2.3) qui ont lieu dans la section de la fibre multimode, qui dépend de l'indice de réfraction du liquide dans lequel cette section est immergée. Lorsque la lumière arrive à la jonction gauche (figure 2.2) entre la fibre monomode et multimode, elle se décompose en différents modes ($LP_{0,m}$).

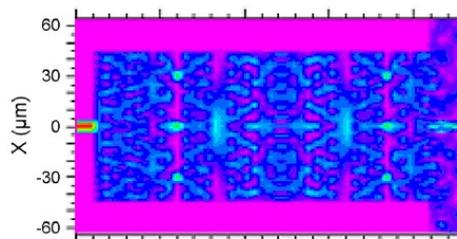


FIGURE 2.3 – Interférence dans la fibre multimode, représentée par les maximums d'intensité (Extrait de [9]).

Les modes vont être excités et vont interférer entre eux quand le faisceau se propage dans la section de la fibre multimode. Comme dit précédemment les mesures de l'indice de réfraction sont possibles, grâce aux phénomènes qui

se déroulent dans la fibre multimode. La propagation des modes va être perturbée par l'indice du liquide, si l'indice du liquide est supérieur à celui de l'air, nous augmentons l'indice de réfraction. En conséquence, la constante de propagation de chaque mode va augmenter, ceci aura pour effet de modifier la vitesse de propagation de la lumière dans la fibre. Ce qui nous intéresse est le champ évanescent qui va traverser l'interface et se trouver dans la gaine optique de la fibre. Ce champ évanescent est le champ électromagnétique, et a la particularité de décroître de façon exponentielle (Partie hachurée sur la figure 2.4). Ensuite lorsque la lumière arrive à l'autre jonction (à droite) elle se re-couple dans la fibre monomode de droite.

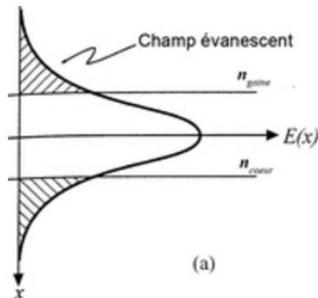


FIGURE 2.4 – Champ évanescent (Partie hachurée) (Extrait de [6]).

Dans la fibre monomode de droite (figure 2.2), il y aura donc qu'un seul mode qui sera guidé, résultant de tous les modes de la fibre multimode. Dans cette partie du dispositif, nous pourrions constater le phénomène de ré-imagerie (reimaging), ou plus précisément ce qu'on appelle également la distance de ré-imagerie (voir chapitre 5). Ceci est lié aux interférences multimodales, il nous faudra déterminer avec précision la longueur de fibre multimode, dont nous aurons besoin pour avoir ré-imagerie du mode excitateur de la fibre multimode.

Nous avons réalisé nous-même une simulation numérique à l'aide du logiciel Scilab (voir chapitre 6 : Simulation numérique des modes guidés $LP_{0,m}$). Sur la figure 2.5 nous avons tracé le champ E en fonction du rayon normalisé, et effectué un agrandissement à l'endroit où les courbes se croisent (normalisation). Nous remarquons que les modes, après ce croisement, ne sont pas superposés et différents de zéro (Champ évanescent). La simulation numérique nous a ainsi permis de comprendre ce qui se passe dans la fibre multimode, en reprenant les aspects théoriques présentés dans cet article.

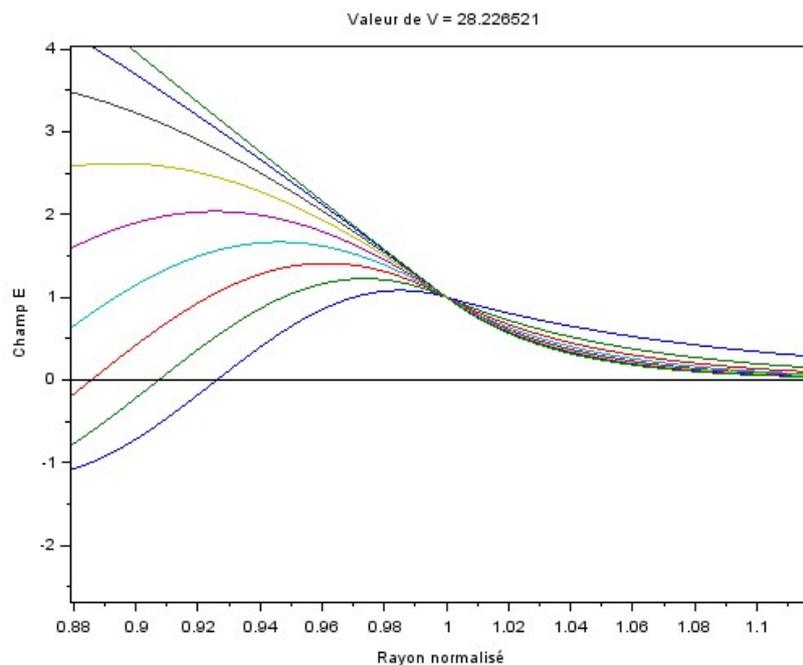


FIGURE 2.5 – Champ des modes $LP_{0,m}$ en fonction du rayon normalisé.

Chapitre 3

Description des fibres optiques

3.1 Structure des fibres optiques

Afin de bien comprendre les fibres optiques, il faut tout d'abord commencer par étudier leur structure et composition. Une fibre optique peut être réalisée à l'aide de différents matériaux et ceci impliquera des phénomènes physiques différents observés par la suite.

Classiquement une fibre est constituée de 3 parties ; Le cœur, la gaine optique et l'enveloppe protectrice.

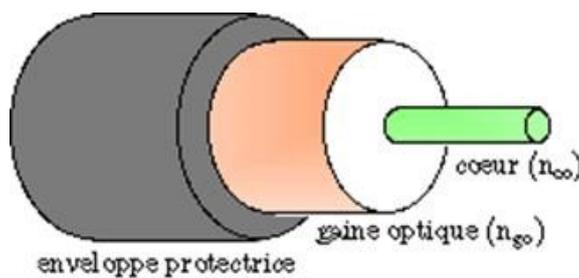


FIGURE 3.1 – Schéma succinct d'une coupe transversale d'une fibre optique (Extrait de [4]).

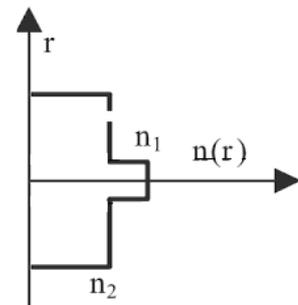


FIGURE 3.2 – Profil de $n(r)$ dans une fibre à saut d'indice ($n_1 = n_c$ et $n_2 = n_g$) (Extrait de [6]).

Description détaillée des différentes parties d'une fibre :

- Le cœur constitue l'une des parties où se trouve la lumière, et c'est cette partie qui a le diamètre le plus petit. La lumière n'est que partiellement confinée dans celui-ci. La fibre est souvent faite de verre ou plastique mais très souvent constituée avec de la silice.
- La gaine optique constitue une fine couche qui entoure le cœur de la fibre optique, c'est elle qui permet la réflexion des rayons lumineux à l'intérieur du cœur, ceci permet donc la propagation de la lumière. Elle joue donc également un rôle important pour la propagation des ondes lumineuses. Elle est généralement en silice comme le cœur mais avec un indice de réfraction légèrement inférieur à celui-ci.
- La couche protectrice est une couche en plastique qui offre une protection supplémentaire à la fibre contre les perturbations extérieures qui pourraient être engendrées.

La lumière est donc guidée dans le cœur de la fibre optique mais également guidée par la gaine optique.

3.2 Modèle des rayons pour le guidage de la lumière dans les fibres optiques

Il y a deux modèles pour la propagation de la lumière dans les fibres, dans cette partie nous parlerons du modèle des rayons, l'autre modèle, celui des modes sera traité dans une autre partie (Chapitre 4). Une fibre permet de guider la lumière tout au long de son cœur. La lumière reste confinée dans la fibre lorsque celle-ci est convenablement introduite.

Ce modèle permet de visualiser, et d'avoir une première approche, de la façon dont se propage la lumière dans une fibre, bien que celui-ci ne soit pas très exact, il utilise le principe de réflexion totale qui sera ré-explicité.

Ce phénomène de réflexion totale survient lorsqu'un rayon lumineux incident arrive sur une surface qui constitue la séparation entre deux milieux d'indices optiques différents, et que celui-ci dépasse un angle d'incidence dit critique. Il ne reste alors plus que le rayon réfléchi qui subsiste et les rayons réfractés et transmis n'existent plus.

On considère une fibre optique, avec un cœur et une gaine optique cylindrique d'axe Ox, avec n_c l'indice pour le cœur et n_g l'indice pour la gaine optique vérifiant $n_c > n_g$ comme on peut le voir sur la figure 3.3.



FIGURE 3.3 – Schéma d'une coupe longitudinale d'une fibre montrant les réflexions totales (Extrait de [5]).

Sur la figure 3.3 on a :

- θ est l'angle d'incidence à l'interface entre l'air et le cœur.
- α est l'angle de réfraction dans le cœur.
- i est l'angle d'incidence à l'interface entre le cœur et la gaine optique.
- n_c et n_g sont respectivement les indices du cœur et de la gaine optique.

Il y a une série de calcul à réaliser qui est détaillée en annexe (voir annexe 1, partie 1), pour trouver l'ouverture numérique.

Après ces calculs on a donc $\sin(\theta_{max})=ON$, avec ON l'ouverture numérique de la fibre qui est la valeur maximale que l'on peut prendre pour le sinus de l'angle d'incidence θ_{max} (θ sur la figure 3.3).

On a donc :

$$ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \quad (3.1)$$

On peut faire une approximation, dans une fibre, $\delta n = n_c - n_g$ est très petit par rapport à n_c on peut donc écrire que $n_c + n_g$ est environ égale à $2 n_c$.

On a donc :

$$ON = \sqrt{(n_c - n_g) \cdot (n_c + n_g)} = \sqrt{\Delta n \cdot 2 \cdot n_c} \quad (3.2)$$

Nous avons également la fréquence normalisée de coupure, qui nous indique si une fibre est monomode ou multimode, cette fréquence a pour expression :

$$V = k \cdot a \cdot ON \quad (3.3)$$

Si $V < 2.405$ la fibre est monomode, alors que si $V > 2.405$ la fibre est multimode.

La longueur d'onde de coupure correspond à la longueur d'onde à partir de laquelle la fibre devient monomode :

$$\lambda_c = \frac{(2\pi \cdot a \cdot ON)}{V_c} \quad (3.4)$$

Avec ON : Ouverture Numérique

a : rayon du coeur

V_c : fréquence de coupure

Chapitre 4

Théorie de la propagation de la lumière dans les fibres optiques

Dans cette partie on s'intéresse au modèle plus riche pour décrire la propagation de la lumière dans les fibres optiques : ce sont les modes de propagation. Pour étudier les différents modes qui sont « excités » dans la fibre optique on a besoin de faire appel aux équations de Maxwell, et à partir de ces équations en déduire les équations de propagation associées. Et enfin nous chercherons les solutions qui seront décrites grâce aux fonctions de Bessel. Les détails de calcul pour les équations de Maxwell sont mis en annexe (annexe 2, partie 1 et partie 2) ainsi que pour les équations de propagation.

4.1 Les solutions de l'équation de propagation

La solution que nous cherchons est invariante par translation sur l'axe z et on considère le système à un instant t donné :

$$\Psi(r, \phi, z, t) = \Psi(r, \phi).e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (4.1)$$

(ω : fréquence d'oscillation et β : constante de propagation)

Dans l'approximation du guidage faible, on a donc l'équation d'onde suivante, avec les modes qui sont les solutions de cette équation.

$$\vec{\nabla}^2 \cdot \vec{\Psi} - \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{\Psi}}{\partial r} = \vec{0} \quad (4.2)$$

Avec cette approximation, l'équation de propagation devient indépendante de la polarisation, ce qui nous permettra de simplifier les équations.

On a donc :

$$[\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}] \cdot \Psi + [\omega^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot n^2(r) - \beta^2] \cdot \Psi = 0 \quad (4.3)$$

4.2 Simplification des solutions de l'équation de propagation pour notre problème

On travaille ici avec les coordonnées cylindriques (r, ϕ, z) , avec z qui est l'axe que se situe dans la longueur de la fibre optique et donc parallèle au sens de propagation de la lumière (figure 4.1). L'utilisation de ces coordonnées permet de simplifier les calculs car l'indice de réfraction ne dépend alors que de la composante « r » en raison des symétries du problème.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} + [k_0^2 \cdot n^2(r) - \beta^2] \Psi = 0 \quad (4.4)$$

k_0 : Vecteur d'onde ($= \frac{2\pi}{\lambda_0}$)
 λ_0 : longueur d'onde

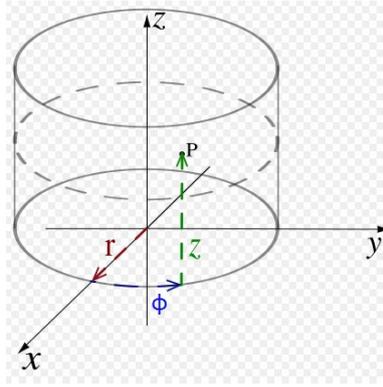


FIGURE 4.1 – Coordonnées cylindriques utilisées (extrait de [7]).

Pour résoudre cette nouvelle équation (4.4), étant dans un milieu à symétrie cylindrique imposé par la fibre, on peut utiliser ici la méthode de séparation des variables. Ensuite on peut remplacer $\Psi(r, \phi)$ par

$$\Psi(r, \phi) = R(r)\Phi(\phi) \quad (4.5)$$

$$\frac{r^2}{R} \left[\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} \right] + r^2 [k_0^2 n(r)^2 - \beta^2] = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} = l^2 \quad (4.6)$$

La dépendance en Φ sera sous la forme : $\cos(l \phi)$ ou $\sin(l \phi)$

On prend ensuite la partie radiale de l'équation (4.6) ce qui nous donne donc :

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + [r^2 (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) - l^2] R = 0 \quad (4.7)$$

Pour cette équation, nous avons deux types de solutions, la solution des modes guidés et la solution des modes radiatifs :

- Solutions pour les modes guidés : Pour β se situant dans l'intervalle $k_0^2 n_c^2 > \beta^2 > k_0^2 n_g^2$ on a le champ $R(r)$ qui oscille dans le cœur de la fibre et s'atténue dans la gaine optique et β a des valeurs discrètes (une par mode).
- Solutions pour les modes radiatifs : Pour $\beta < k_0^2 n_g^2$ le champ oscille dans ce cas aussi dans la gaine optique et β prend des valeurs continues.

On aura donc pour une valeur de l donnée, plusieurs modes guidés qui sont désignés par modes dits linéairement polarisés soit $LP_{l,m}$

Pour rappel la distribution de l'indice de réfraction d'une fibre optique à saut d'indice à la forme suivante :

- Dans le cœur pour $0 < r < a$, on a $n(r) = n_c$
- Dans la gaine pour $r > a$, on a : $n(r) = n_g$

Grace à l'équation (4.7) et la distribution de l'indice de réfraction pour un fibre à saut d'indice on obtient :

$0 < r < a$:

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + [U^2 \frac{r^2}{a^2} - l^2] R = 0 \quad (4.8)$$

$r > a$:

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + [W^2 \frac{r^2}{a^2} + l^2] R = 0 \quad (4.9)$$

Avec a le rayon, U et W des paramètres de normalisation.

Ces deux équations sont de la forme standard de l'équation de Bessel :

Les solutions de la première équation pour $0 < r < a$ sont des combinaisons linéaires de $J_0(x)$ où $x = \frac{U.r}{a}$

Les solutions de la deuxième équation pour $r > a$ sont des combinaisons linéaires de la fonction de Bessel $K_0(y)$ avec $y = \frac{W.r}{a}$

On peut donc définir les paramètres U et W, et la fréquence de normalisation V comme :

$$U = a\sqrt{k_0^2 n_c^2 - \beta^2} \quad W = a\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_g^2} \quad V = \sqrt{U^2 + W^2} = k_0 a \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

On a ainsi le champ transverse qui s'exprime comme suit :

$|r| < a$:

$$\Psi(r, \phi) = \frac{A}{J_l(U)} J_l\left(\frac{U.r}{a}\right) \quad (4.10)$$

$|r| > a$:

$$\Psi(r, \phi) = \frac{A}{K_l(W)} K_l\left(\frac{W.r}{a}\right) \quad (4.11)$$

On a donc les équations caractéristiques suivantes :

$l=0$:

$$U \cdot \frac{J_1(U)}{J_0(U)} = W \frac{K_1(W)}{K_0(W)} \quad (4.12)$$

$l \geq 1$:

$$U \cdot \frac{J_{l-1}(U)}{J_l(U)} = -W \frac{K_{l-1}(W)}{K_l(W)} \quad (4.13)$$

On définit b étant la constante de propagation normalisée :

$$b = \frac{\frac{\beta^2}{k_0^2} - n_g^2}{n_c^2 - n_g^2} = \frac{W^2}{V^2} \quad (4.14)$$

Et on peut donc exprimer U et W en fonction de V et b :

$$U = V\sqrt{1-b} \quad W = V\sqrt{b}$$

4.3 Calcul de la constante de propagation normalisée

Pour commencer, nous avons pour les modes guidés la relation suivante [8] :

$$n_g^2 < \frac{\beta^2}{k_0^2} < n_c^2 \quad (4.15)$$

Nous pouvons donc en déduire que : $0 < b < 1$

En reprenant l'équation (4.12) nous pouvons la réécrire sous la forme suivante (avec $l = 0$) :

$$V\sqrt{1-b} \frac{J_1(V\sqrt{1-b})}{J_0(V\sqrt{1-b})} = V\sqrt{b} \frac{K_1(V\sqrt{b})}{K_0(V\sqrt{b})} \quad (4.16)$$

Les solutions de l'équations ci-dessus nous donne des courbes universelles qui décrivent la dépendance de b (et ainsi de U et W également) par rapport à un V donné. Ainsi pour une valeur de l fixe, on trouvera un nombre de solutions fini pour b (Voir annexe 2, partie 3). Pour obtenir les solutions il faut tracer cette équation (4.16), et regarder où se croisent le membre de gauche et le membre de droite de l'équation, où la m-ième solution va correspondre au mode $LP_{0,m}$ ($m=1,2,3 \dots$). Dans notre cas, nous traçons cette équation en fonction de b (avec un V donné) pour $l = 0$, nous aurons un certain nombre de solutions pour la constante de propagation des modes $LP_{0,m}$.

Chapitre 5

Les interférences et la ré-imagerie pour l'application des capteurs optiques

Dans cette partie nous présenterons deux concepts, les interférences multimodales et la ré-imagerie (reimaging), qui sont tous deux très importants, dans l'utilisation des fibres optiques en tant que capteur, pour que ceux-ci soient performants.

5.1 Les interférences

Pour notre projet, nous nous intéresserons surtout aux modes $LP_{0,m}$, nous avons donc $\Psi(r, \phi) = R(r)$ car $l = 0$ (voir Bibliographie) et donc le champ traverse d'un mode se réduit à sa partie radiale. Si on étudie le champ à un instant t donné en fonction de la distance z parcourue, nous avons la phase qui ne dépend plus que de βz et on a donc :

$$\Psi(r, z) = R(r)e^{(-i\beta z)} \quad (5.1)$$

Les modes se propagent avec des constantes de propagation β différentes et ainsi la vitesse de phase est différente également, ces modes vont donc interférer constructivement lorsqu'ils sont en phase ou destructivement dans le cas contraire.

Pour simplifier, on se propose d'étudier deux modes avec des constantes de propagation différentes β_1 et β_2 , et nous cherchons les conditions pour lesquelles nous avons des interférences constructives ou destructives. Pour cela nous allons calculer la somme des champs qu'on appellera $\gamma(r, z)$, obtenue par interférence entre ces deux modes :

$$\begin{aligned} \gamma(r, z) &= \Psi_1(r, z) + \Psi_2(r, z) = R_1(r)e^{-i\beta_1 z} + R_2(r)e^{-i\beta_2 z} \\ \Leftrightarrow \gamma(r, z) &= e^{-i\beta_1 z}(R_1(r) + [R_2(r)e^{i\Delta\beta z}]) \\ &\quad (\text{avec } \Delta\beta = \beta_1 - \beta_2) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Pour calculer l'intensité, il faut prendre la norme de γ , à une constante près :

$$I = |\gamma(r, z)|^2 \quad (5.3)$$

5.2 La ré-imagerie

Le concept de « ré-imagerie », ou plus précisément ce qu'on appelle la distance de « ré-imagerie » dans une fibre multimode, est la distance où tous les modes ayant une constante de propagation différente, interfèrent constructivement entre eux et que l'on retrouve la même intensité que celle présente à l'entrée de la fibre multimode, où rentre la lumière. Dans notre projet la fibre multimode est reliée à une fibre monomode, la lumière arrive donc de celle-ci.

Ce concept est important pour notre projet car à la distance de ré-imagerie on aura un maximum d'intensité, et si l'on change les conditions du milieu extérieur de la fibre multimode, la propagation des différents modes sera modifiée, et influencera donc les interférences constructives à l'origine de ces maximums. Si l'on modifie par exemple un paramètre du milieu comme la température ou l'indice de réfraction, l'intensité devrait tout logiquement baisser ou augmenter en fonction du changement de ce paramètre. La distance de ré-imagerie est très sensible à la longueur de la fibre multimode. Nous pouvons ensuite en déduire une relation entre tous ces paramètres afin de se servir de tout cela pour fabriquer un capteur.

Chapitre 6

Simulation numérique des modes guidés

$LP_{0,m}$

On réalise une simulation numérique, avec le logiciel Scilab, (Voir code en annexe 3, partie 1) de différents modes, pour la fibre monomode d'entrée (à gauche) et la fibre multimode. Nous avons utilisé pour réaliser cette simulation l'article à la référence [2].

Ce programme a pour but de simuler la propagation des modes dans les fibres optiques, et plus particulièrement ici dans la structure SMS (Voir chapitre 2 : Bibliographie). Nous prenons $l = 0$ car lorsque le mode LP_{01} de la fibre monomode va se propager et arriver à la première jonction avec la fibre multimode, où seuls les modes LP_{01}, LP_{02} , ect... pourront être excités et se propager dans la fibre multimode (voir Bibliographie). On commence par mettre dans notre programme les différentes variables et leur valeur. Il y a la fréquence normalisée (V), les indices de cœur et de gaine et ainsi de suite. Ensuite en utilisant l'équation (4.12) du chapitre 4, on définit une équation g qui sera :

$$g = U.J_1(U).K_0(W) - W.K_1(W).J_0(U) \quad (6.1)$$

Cette équation nous permet ensuite de l'utiliser pour trouver les valeurs de la constante de propagation b en cherchant les valeurs lorsque la courbe passe par zéro, et en traçant le logarithme de g en fonction de b . Nous obtenons donc des pics en zéro qui nous indique les valeurs de de la constante de propagation (voir figure 6.1).

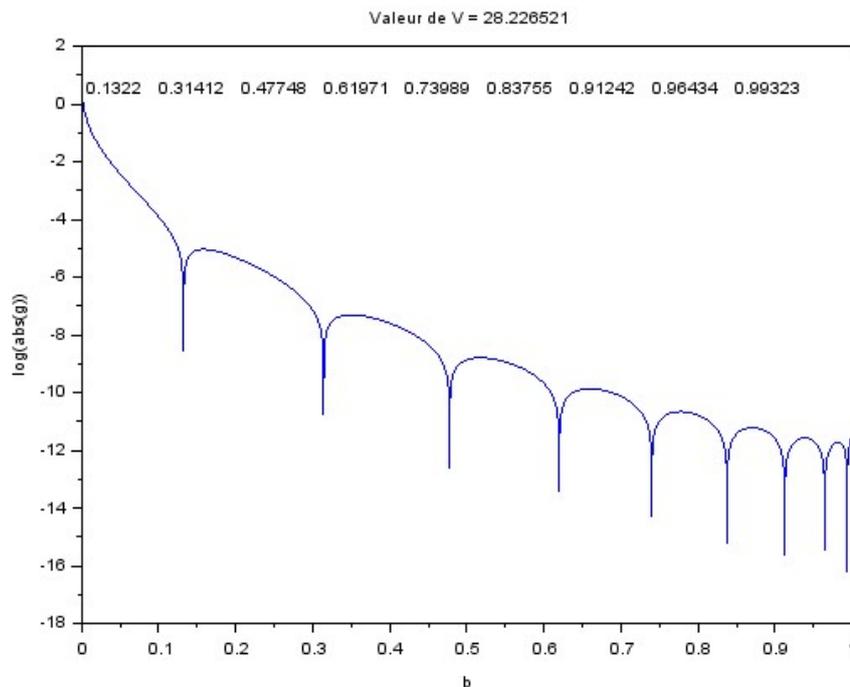


FIGURE 6.1 – Fonction g en fonction de la constante de propagation normalisée b .

On commence par tracer le champ Ψ en fonction du rayon normalisée à 1 en utilisant les formules pour le champ (4.10) et (4.11) dans le chapitre 4 :

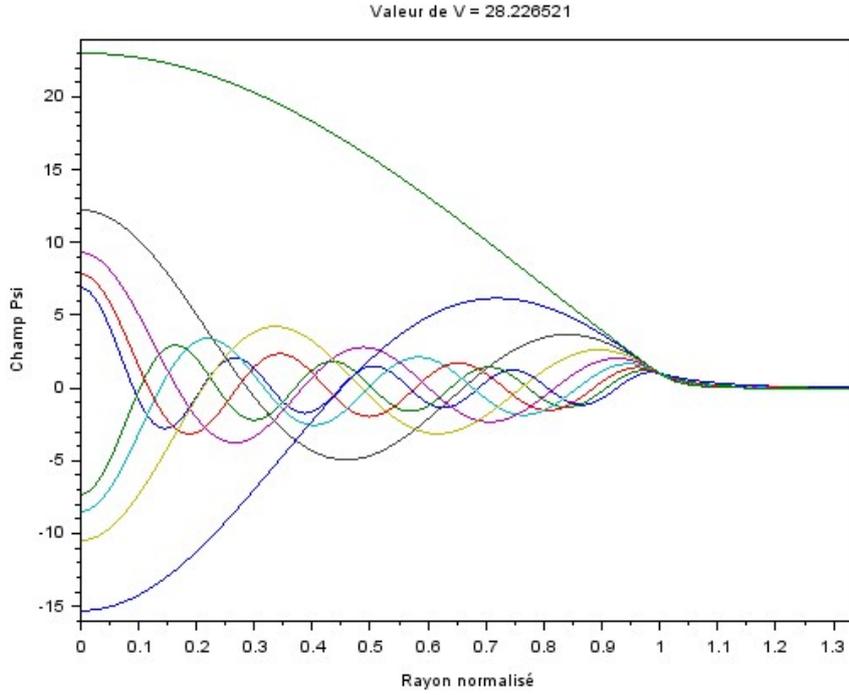


FIGURE 6.2 – Champ des modes $LP_{0,m}$ en fonction du rayon normalisé de la fibre.

On utilise ensuite les formules de l'article [2] suivantes :

$$\int_0^\infty |E(r, 0)|^2 r dr = \int_0^\infty |\Psi_m(r)|^2 r dr \quad (6.2)$$

$$E(r, 0) = \sum_{m=1}^M c_m \Psi_m(r) \quad (6.3)$$

La formule (6.2) est une normalisation arbitraire qui est utilisée dans ce cas, $E(r, 0)$ est le champ dans la fibre monomode, et $\Psi_m(r)$ est le champ dans la fibre multimode du mode $LP_{0,m}$.

La formule (6.3) est obtenue considérant, la décomposition du mode de la fibre monomode (LP_{01}), dans les différents modes de la fibre multimode ($LP_{01}, LP_{02}, LP_{03}, \dots$).

c_m est un coefficient d'excitation de chaque mode propre et est exprimé ainsi :

$$c_m = \frac{\int_0^\infty E(r, 0) \cdot \Psi_m(r) r dr}{\int_0^\infty |\Psi_m(r)|^2 r dr} \quad (6.4)$$

On a, pour le champ à une distance z dans la fibre multimode, l'équation suivante :

$$E(r, z) = \sum_{m=1}^M c_m \Psi_m(r) e^{(i\beta_m z)} \quad (6.5)$$

Pour faire ceci, on introduit les équations pour calculer la partie radiale des modes qu'on appelle « psi » dans notre programme, qui sont les équations (4.10) et (4.11). Ensuite, nous calculons le membre de droite de l'équation (6.1) et nous calculons également le coefficient c_m de l'équation (6.4).

Ensuite on trace le champ $E(r, 0)$ et $\Psi_0(r)$ (Ici $E(r, 0)$ est l'intégrale sur le champ des modes LP_{0m} de la fibre multimode, (équation 6.3) et Ψ_0 est le champ dans la fibre monomode d'entrée), pour vérifier l'égalité de la formule (6.2) et (6.3) de l'article [2], qui est une normalisation. On constate que les deux courbes se rapprochent l'une de l'autre. On constate également que plus nous augmentons la fréquence normalisée, plus les courbes se superposent de mieux en mieux (voir figure 6.3)

Tous ces résultats ont été obtenus en gardant la même distance ($z=\text{constant}$), nous avons donc également fait varier z pour constater la propagation des modes (figure 6.4) avec le rayon qui est normalisée à 1.

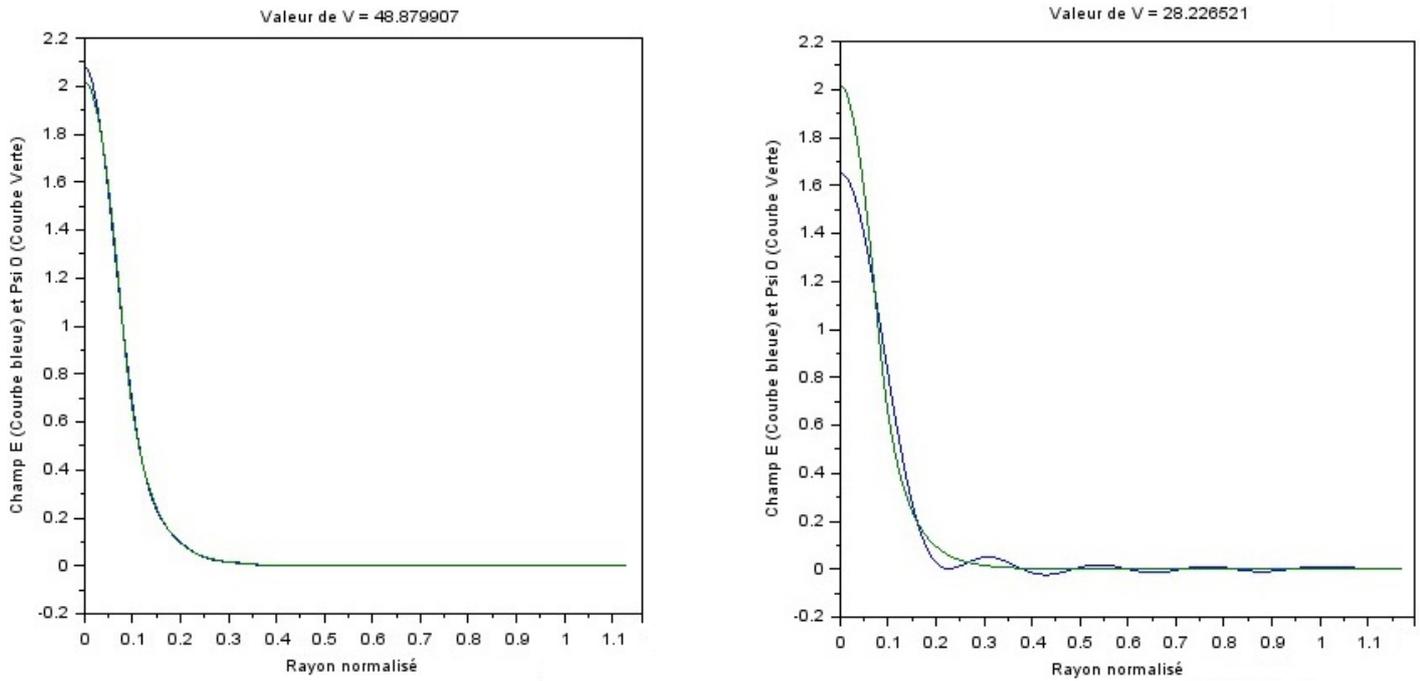


FIGURE 6.3 – Courbes des modes $LP_{0,m}$ superposés en fonction du rayon normalisé de la fibre ($V=48.879907$ à gauche et $V=28.226521$ à droite)

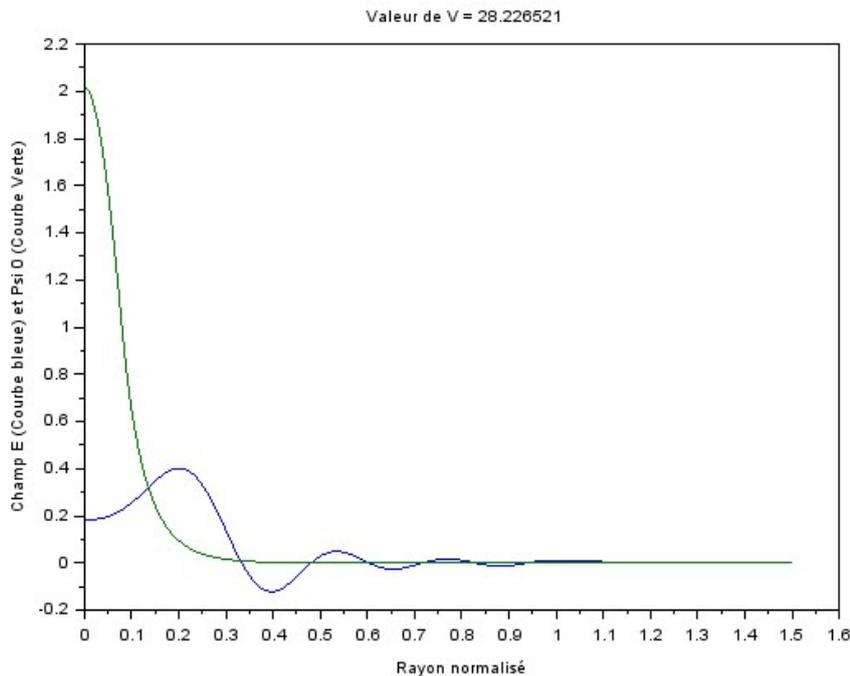


FIGURE 6.4 – Courbes des modes $LP_{0,m}$ superposés en fonction du rayon normalisé de la fibre ($V=28.226521$ et z différent de 0).

Cette simulation, nous permet de comprendre la théorie, et de visualiser le comportement des modes lorsque ceux-ci passent d'une fibre monomode à multimode ou inversement. Cela nous permettra de réaliser des expériences et étudier cette structure afin de réaliser un capteur d'indice le plus performant et fiable possible. A noter que dans notre simulation, nous avons réalisé la simulation numérique que pour le passage de la lumière jusqu'à la fibre multimode, mais nous ne l'avons pas fait pour voir ce qui est obtenu à la sortie de l'autre fibre monomode comme c'est le cas dans l'article [2].

Chapitre 7

Conclusion

En s'appuyant sur la théorie développée dans ce rapport et grâce aux simulations numériques que nous avons effectuées, nous sommes en mesure de mieux comprendre le fonctionnement et tous les enjeux des fibres optiques.

Nous avons compris et étudié le concept des modes et celui des interférences qui ont lieu dans les fibres optiques, tout cela grâce au cours dispensé par notre encadrant Mr Bernard Dussardier, à l'étude d'articles, et tout particulièrement un dont nous nous sommes beaucoup servi [2] tant à la compréhension du but ultime de notre projet que pour nos simulations numériques. Cet article traitant de la fabrication d'un capteur d'indice de réfraction qui est l'un de nos premiers objectifs à réaliser dans ce projet.

A l'aide de toutes ces connaissances acquises, nous allons pouvoir commencer les manipulations avec les fibres optiques, afin de nous familiariser avec celles-ci et apprendre à les manipuler correctement.

Nous allons également pouvoir étudier le concept de ré-imagerie. Celui-ci sera très important pour déterminer la longueur de la fibre multimode dont nous aurons besoin, afin d'avoir une ré-imagerie complète du mode excitateur de la fibre multimode, et ainsi un capteur plus performant.

Remerciements

Nous tenons dans un premier temps à remercier tout particulièrement notre encadrant, Mr Bernard DUSSARDIER, pour son accueil, son investissement à nos côtés et qui a su nous apporter les connaissances nécessaires à la compréhension de notre projet, et qui nous a consacré de son temps.

Nous remercions également Mme Valérie DOYA, pour nous avoir attribué ce projet, et pour sa disponibilité.

Nous voulons également remercier l'Institut de Physique de Nice (IN Φ NI) de nous accueillir, et nous permettre de réaliser nos travaux sur ce projet.

Annexes

Annexe 1

1 Calculs pour le modèle des rayons

On considère un rayon lumineux qui arrive au point O correspondant à l'entrée du cœur de la fibre, avec un angle d'incidence θ par rapport à l'axe Ox. Le rayon est réfracté après avoir traversé le cœur de la fibre faisant un angle α avec l'axe Ox. Le rayon arrive ensuite à l'interface entre le cœur et la gaine optique avec un angle i par rapport au segment [AC] perpendiculaire à l'axe Ox. Pour que le rayon lumineux soit guidé dans la fibre, il faut que l'angle d'incidence soit supérieur à l'angle limite de réflexion totale θ_{max} , ce qui nous impose une condition pour l'introduction de la lumière dans la fibre, pour que celle-ci soit guidée correctement à l'intérieur du cœur.

- Pour la réfraction en O on a :

$$\begin{aligned} n_{air} \cdot \sin(\theta_{max}) &= n_c \cdot \sin(\alpha) \\ (\alpha + i = 90 \Rightarrow \sin(\alpha) &= \cos(i)) \end{aligned} \quad (7.1)$$

- n_{air} étant égale à 1 on a :

$$\sin(\theta_{max}) = n_c \cdot \cos(i) \quad (7.2)$$

- Angle limite pour la réflexion totale :

$$n_c \cdot \sin(i_{lim}) = n_g \Rightarrow \sin(i_{lim}) = \frac{n_g}{n_c} \Rightarrow \sin(i) > \frac{n_g}{n_c} \quad (7.3)$$

$$\sin^2(i_{lim}) = \frac{n_g^2}{n_c^2} \quad (7.4)$$

$$\cos^2(i_{lim}) = \frac{\sin^2(\theta_{max})}{n_c^2} \quad (7.5)$$

$$\cos^2(i_{lim}) + \sin^2(i_{lim}) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{n_g^2}{n_c^2} + \frac{\sin^2(\theta_{max})}{n_c^2} \quad (7.6)$$

$$\Rightarrow n_c^2 = n_g^2 + \sin^2(\theta_{max}) \quad (7.7)$$

$$\Rightarrow n_c^2 - n_g^2 = \sin^2(\theta_{max}) = ON^2 \quad (7.8)$$

Annexe 2

1 Les équations de Maxwell du champ Electromagnétique

Pour écrire les équations de Maxwell dans un verre on suppose que le milieu est homogène ; les propriétés du matériau sont les mêmes en tout point, isotrope ; les propriétés physiques sont indépendantes de la polarisation, non magnétique ; tous les termes magnétiques dans les équations de Maxwell sont annulés, et non conducteur.

Avec ses suppositions on a donc les équations de Maxwell qui sont simplifiées est on obtient donc :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7.9)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \vec{0} \quad (7.10)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (7.11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{0} \quad (7.12)$$

$$(\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot n^2 \cdot \vec{E})$$

$$(\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H})$$

où ϵ_0 est la constante diélectrique dans le vide et μ_0 la constante magnétique dans le vide

2 Les équations de propagation associées

On utilise la relation suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{E} \quad (7.13)$$

Ce qui nous donne l'équation de propagation suivante, dont chaque composante du champ électrique satisfait cette équation :

$$\vec{\nabla}^2 \cdot \vec{E} - \epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (7.14)$$

Et de même pour H en remplaçant E

3 Calcul de la constante de propagation.

V	b	U	W
1.500	0.22925	1.31689	0.71819
1.525	0.23955	1.32985	0.74639
1.550	0.24980	1.34252	0.77468
1.575	0.25997	1.35489	0.80305
1.600	0.27006	1.36698	0.83148
1.625	0.28007	1.37880	0.85997
1.650	0.28997	1.39034	0.88850
1.675	0.29977	1.40163	0.91709
1.700	0.30947	1.41267	0.94570
1.725	0.31905	1.42347	0.97435
1.750	0.32851	1.43403	1.00303
1.775	0.33785	1.44436	1.03172
1.800	0.34707	1.45448	1.06043
1.825	0.35616	1.46437	1.08914
1.850	0.36512	1.47406	1.11787
1.875	0.37396	1.48355	1.14660
1.900	0.38266	1.49285	1.17533
1.925	0.39123	1.50195	1.20406
1.950	0.39967	1.51087	1.23279
1.975	0.40798	1.51962	1.26150
2.000	0.41616	1.52818	1.29021

FIGURE 7.1 – Tableau de variation de b , U et W en fonction de V pour le mode fondamental (Extrait de [8]).

Annexe 3

1 Code scilab pour tracer les modes LP_{01} .

```
1 //INITIALISATION
2
3 clear
4
5 //SINGLEMODE...SMF-----
6
7 V0=2;
8 a0=4; //microns
9 aMMF=50 //microns
10
11 nc=1.444+0.017i;
12 ng=1.444;
13 dn=nc-ng; //delta.n
14 k0=(2*pi)/1.55;
15 V=k0*aMMF*sqrt(nc^2-ng^2);
16
17 b0=.001:1e-5:1
18 U0=V0*sqrt(1-b0)
19 W0=V0*sqrt(b0)
20 g0=U0.*besselj(1,U0).*besselk(0,W0)-W0.*besselk(1,W0).*besselj(0,U0)
21
22 Res0=b0(find(g0(2:length(b0)).*g0(1:$-1)<0))'; //constantes de propagation
23
24 dR=1e-3
25 R=0:dR:1.5; // rayon normalisé R=r/a, a rayon du coeur.
26 Ures0=V0*sqrt(1-Res0);
27 Wres0=V0*sqrt(Res0);
28
29 // partie radiale des modes
30 rSc=R(R/a0*aMMF<1)*aMMF/a0; //Rayon coeur SMF
31 rSg=R(R/a0*aMMF>=1)*aMMF/a0;
32 Psi0=[besselj(0,Ures0*rSc)./(besselj(0,Ures0)*ones(rSc))., -besselk(0,Wres0*rSg)./(besselk(0,Wres0)*ones(rSg))];
33
34 Int0=(Psi0.^2).*(ones(Res0)*R)*dR
35 SumInt0=sum(Int0,"c")
36
37
38
39
40 //MULTIMODE...MMF-----
41
42
43 b=.001:1e-5:1
44 U=V*sqrt(1-b)
45 W=V*sqrt(b)
46 g=U.*besselj(1,U).*besselk(0,W)-W.*besselk(1,W).*besselj(0,U)
47
48 Res=b(find(g(2:length(b)).*g(1:$-1)<0))'; //constantes de propagation
49
50
```

```

50
51 Ures=V*sqrt(1-Res);
52 Wres=V*sqrt(Res);
53
54 //partie radiale des modes
55 Psi=[besselj(0,Ures*R(R<1))./(besselj(0,Ures)*ones(R(R<1))), besselk(0,Wres*R(R>=1))./(besselk(0,Wres)*ones(R(R>=1)))]';
56
57 Int=(Psi.^2).*(ones(Res)*R)*dR
58 SumInt=sum(Int,"c")
59
60 //calcul Cm
61 Num_cm=sum((ones(Res)*Psi0).*Psi.*(ones(Res)*R)+dR,"c")
62 Den_cm=SumInt
63
64 Cm=Num_cm./Den_cm
65
66 //calcul E(x,0)
67 Beta=(dn*Res+ng)*k0
68 E=sum(Cm*(ones(R)).*Psi.*(exp(-%i*Beta*0)*ones(R)),"x")
69
70 clear U W h
71
72 //SORTIES
73
74 clf(0);
75
76 tTitreGraph='Valeur de V.=.'+string(V)
77
78 subplot(311)
79
80 plot(b,log10(abs(g)))
81 xtitle(tTitreGraph,'b','log(abs(g))')
82 xstring(0,0,(string(Res')));
83
84 subplot(312)
85
86 plot(R',Psi')» » //champ
87
88 xtitle(tTitreGraph,'rayon normalisé','champ Psi')
89
90 subplot(313)-----//intensité
91
92 plot(R',Psi'.^2)
93 xtitle(tTitreGraph,'rayon normalisé','intensité Psi^2')

```

Références

[1] Wikipedia : <https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_fiber>

[2] Investigation of single-mode-multimode-single-mode and single-mode-tapered-multimode-single-mode fiber structures and their application for refractive index sensing - Pengfei Wang, Gilberto Brambilla, Ming Ding, Yuliya Semenova, Qiang Wu, and Gerald Farrell - J. Opt. Soc. Am. B / Vol. 28, No. 5 / May 2011

[3] Fiber optic sensor technology : an overview - K.T.V. Grattan , Dr. T. Sun - Sensors and Actuators 82 2000. 40-61

[4] <http://optoelectronique.free.fr/lapplicationalaf/index.html>

[5] <http://www.chimix.com/an13/kine13/ortho11.html>

[6] [https://books.google.fr/books?id=GI5EBQAAQBAJ&pg=PA41&lpg=PA41&dq=mode+lplm&source=bl&ots=IhES9Aa-DQ&sig=La0Zs353jjUM38t0t5vXptcwLMO&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwil6Ja3wv7SAhXKlxoKHdCeAl0Q6AEIIjAC#v=onepage&q=mode%\\$20lplm&f=false](https://books.google.fr/books?id=GI5EBQAAQBAJ&pg=PA41&lpg=PA41&dq=mode+lplm&source=bl&ots=IhES9Aa-DQ&sig=La0Zs353jjUM38t0t5vXptcwLMO&hl=fr&sa=X&ved=0ahUKEwil6Ja3wv7SAhXKlxoKHdCeAl0Q6AEIIjAC#v=onepage&q=mode%$20lplm&f=false)
(Page 44)

[7] https://fr.wikipedia.org/wiki/Coordonn%C3%A9es_cylindriques

[8] Introduction to fiber optics – Ajoy Ghatak et K.Thyagarajan, édition : Cambridge 1994 (Chapitre 8, pages 137 – 138 et 139)

[9] Refractive index sensor based on all-fiber multimode interference - Jianfeng Wang, Yongxing Jin, Yu Zhao et Xinyong Dong - Optik 124 (2013) 1845-1848