



∞ **INΦNI** ∞

Institut de Physique de Nice

EXCITATION SÉLECTIVE DE MODES AVEC MISE EN FORME DE FAISCEAU

PROJET TUTEURÉ



JAZIRI Yasmine
QUEIROS CAMPOS Jordy
VAGLIO Romain

Tutrice : Mme Valérie DOYA

19 Janvier 2017 - 31 Mai 2017

Sommaire

Introduction	1
1 Calcul des modes de propagation dans une fibre circulaire	3
1.1 Modes scalaires dans l'approximation du guidage faible	3
1.2 Analyse modale pour une fibre optique à saut d'indice	4
2 Le Modulateur Spatial de Lumière (SLM)	7
2.1 Fonctionnement du SLM	7
2.1.1 Cas des nématiques	8
2.1.1.1 Parallel Aligned Nematics	8
2.1.1.2 Twisted Nematics	8
2.2 Explications théoriques : Matrices de Jones	8
2.2.1 Cas des Parallel Aligned Nematics	9
2.2.2 Cas des Twisted Nematics	10
2.2.2.1 Cas général	11
2.2.2.2 Cas extrême : pas de champ électrique dans le SLM	12
2.2.2.3 Cas extrême : champ électrique maximum dans le SLM	12
2.3 Expérimentation	13
Conclusion	15

Introduction

Le comportement des ondes dépend du milieu dans lequel elles se propagent. Nous avons rejoint l'équipe Physique Mésoscopique, qui s'intéresse à la propagation des ondes dans des milieux complexes, à l'**Institut de Physique de Nice, InΦNi**.

Notre étude s'inscrit dans le cadre du chaos ondulatoire qui s'intéresse à la propagation des ondes dans des milieux dont la géométrie induit une complexité au niveau de la dynamique géométrique.

Le système utilisé pour cette étude est une fibre optique, composée seulement de deux éléments voir Fig. 1 :

- Un cœur en silice d'un rayon d'une soixantaine de microns, dans lequel le faisceau lumineux va se propager,
- Une gaine de protection mécanique en polymère.

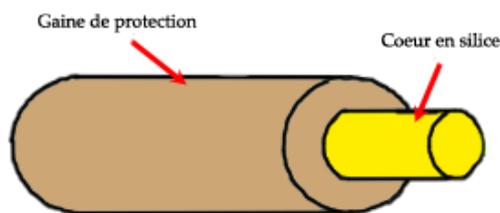


FIGURE 1 – Vue schématique d'une fibre optique

La fibre optique utilisée dans le cadre d'une étude d'ondes en milieu complexes a sa section transverse tronquée, induisant par conséquent un comportement chaotique de la propagation des rayons lumineux. Lorsque le faisceau lumineux se propageant rencontre la partie tronquée, son angle de propagation change, et le faisceau évolue alors de façon différente comme nous pouvons le voir sur la Fig. 3. De par la géométrie de ce système, la propagation du rayon lumineux n'est pas régulière, et dépend énormément des conditions initiales. Il a été montré théoriquement que c'est alors un système chaotique [1].

L'équipe de recherche s'intéresse donc aux propriétés des modes de propagation dans ce milieu. Les modes possèdent en effet des propriétés spatiales singulières (voir Fig. 2) [2].

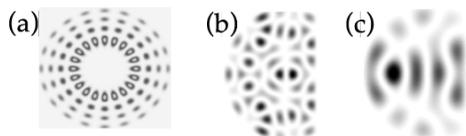


FIGURE 2 – Modes de propagation dans une fibre circulaire (a), et deux modes différents dans une fibre tronquée (b) et (c)

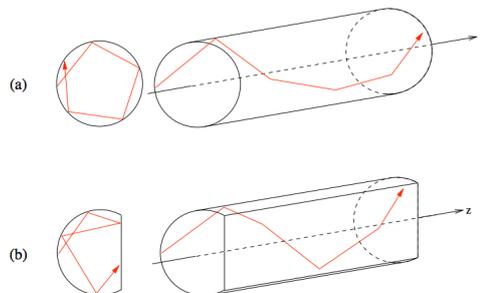


FIGURE 3 – Comparaison de la propagation d'un rayon géométrique entre une fibre optique classique (a) et une fibre optique tronquée (b)[3]

Une fibre optique peut contenir et propager plusieurs milliers de modes de propagation distincts, pouvant être calculés avec l'équation :

$$Ns \simeq \frac{V^2}{2}, \quad \text{pour } V \text{ grand,}$$

où V est le paramètre de fibre et vaut $V = k_0 a \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$, $k_0 = 2\pi/\lambda$, n_c indice du cœur et n_g indice de la gaine.

Donc :

$$Ns = \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} (n_c^2 - n_g^2)$$

Notre fibre dont le cœur est de rayon $a = 62.5\mu m$, d'indice $n_c = 1.458$, dont la gaine a un indice $n_g = 1.453$, et dans lequel se propage un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda = 632.8nm$, est hautement multimode, et peut propager **5.605 modes**.

Pour étudier leur propriétés, il faut pouvoir les exciter individuellement. Le but du projet est d'exciter expérimentalement un seul mode, choisi au préalable. Pour simplifier, notre étude va consister à tester la faisabilité d'une excitation d'un mode unique dans une fibre optique circulaire.

Plusieurs techniques d'excitation sont possibles. Dans les années 80, les scientifiques ont commencé à chercher des méthodes pour exciter un mode dans une fibre circulaire multimode. Il existe aujourd'hui 3 groupes de techniques d'excitation sélective des modes :

- Excitation par filtrage spatial : exciter la structure multimode avec un mode prédéfini. Il faut au préalable avoir connaissance de la répartition spatiale des modes à sélectionner.
- On peut aussi sélectionner un mode à partir d'une constante de propagation : on peut changer l'angle d'incidence du faisceau incident, ce qui changera la constante de propagation β , et donc permettra l'excitation de modes différents.
- Faisceau gaussien : on injecte un faisceau gaussien tout en contrôlant sa largeur et sa position par rapport à l'axe de la fibre.

Nous allons utiliser un **Spatial Light Modulator (SLM)**, appareil composé d'un écran à cristaux liquides, permettant de modifier les composantes (intensité, phase, polarisation) d'un faisceau lumineux. Dans notre cas, il nous permettra de sélectionner l'excitation d'un mode spécifique dans la fibre [4].

Notre démarche est d'imposer en entrée de la fibre une image du mode que l'on souhaite exciter. Cette image, créée préalablement par un programme **python**, sera envoyée au SLM.

Dans ce cas, le SLM nous permettra d'imprimer l'image du mode sur le faisceau laser. Nous pourrons alors vérifier si, par ce fait, nous n'excitons bien que le mode voulu.

Dans ce rapport, nous nous intéresserons dans une première partie aux calculs des modes dans une fibre optique. Dans un second temps, nous étudierons le SLM, son fonctionnement, ainsi que notre démarche expérimentale.

Chapitre 1

Calcul des modes de propagation dans une fibre circulaire

1.1 Modes scalaires dans l'approximation du guidage faible

Une fibre optique, dont le rayon du cœur est a , est définie par ses indices de réfraction[5] :

$$\begin{aligned} n(r) &= n_1 & 0 \leq r \leq a & \text{ cœur} \\ &= n_2 & r > a & \text{ gaine} \end{aligned} \quad (1.1)$$

On pose :

$$\Psi(r, \phi, z, t) = \psi(r, \phi) e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (1.2)$$

où ω est la fréquence angulaire et β la constante de propagation.

Dans la plupart des cas, $n_1 \approx n_2$: c'est l'approximation du guidage faible. On considère alors le champ polarisé linéairement, dans ce cas la composante transverse du champ électrique n'est plus une relation vectorielle, mais scalaire, et satisfait donc à l'équation d'onde scalaire :

$$\nabla^2 \Psi = \epsilon_0 \mu_0 n^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

En insérant (1.2) dans (1.3), on obtient :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Psi &= -\epsilon_0 \mu_0 n^2 \omega^2 \Psi(r, \phi, z, t) \\ \nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} &= -\epsilon_0 \mu_0 n^2 \omega^2 \Psi(r, \phi, z, t) - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \\ \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi &= -\frac{n^2 \omega^2}{c^2} \Psi + \beta^2 \Psi \end{aligned}$$

et donc,

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi + \left(\frac{\omega^2}{c^2} n^2(r, \phi) - \beta^2 \right) \Psi = 0 \quad (1.4)$$

De par la géométrie du système, il est plus aisé d'utiliser les coordonnées cylindriques. $n^2(r, \phi)$ dépend alors seulement de la coordonnée r . Dans ce cas nous pouvons poser :

$$\psi(r, \phi) = R(r) * \Phi(\phi) \quad (1.5)$$

Alors, l'équation (1.4) devient, en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} + (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) \Psi = 0 \quad (1.6)$$

En substituant Ψ par l'équation (1.5) :

$$\Phi(\phi) \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \Phi(\phi) \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} R(r) \frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} + (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) R(r) \Phi(\phi) = 0$$

soit,

$$\frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{R(r)}{\Phi(\phi)} \frac{\partial^2 \Phi(\phi)}{\partial \phi^2} + (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) R(r) = 0$$

En divisant par $\psi(r, \phi)/r^2$:

$$\boxed{\frac{r^2}{R} \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right) + r^2 (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) = -\frac{1}{\phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = l^2} \quad (1.7)$$

où l est une constante. L'équation (1.7) est l'équation de propagation. Les modes de propagation, caractérisés par une amplitude $\psi(r, \phi)$ et une constante de propagation β , sont les solutions à cette équation.

1.2 Analyse modale pour une fibre optique à saut d'indice

Dans le cas des fibres optiques à saut d'indice, définies avec l'équation (1.1), il est possible d'obtenir des solutions analytiques pour les modes.

A partir de l'équation (1.7), l'équation de propagation, on en déduit :

$$r^2 \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + r \frac{dR(r)}{dr} + \{ (k_0^2 n^2(r) - \beta^2) r^2 - l^2 \} R(r) = 0 \quad (1.8)$$

La dépendance en ϕ ($\cos \phi$ ou $\sin \phi$) citée au paragraphe précédent est définie par la relation :

$$\Psi(r, \phi, z, t) = R(r) e^{i(\omega t - \beta z)} \begin{Bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{Bmatrix} \quad (1.9)$$

Pour trouver la dépendance en $R(r)$, on pose :

$$U = a \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2} \quad (1.10)$$

$$W = a \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2} \quad (1.11)$$

On retrouve donc le paramètre de guide d'onde normalisé V qui est défini par :

$$V = \sqrt{U^2 + W^2} = a k_0 \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.12)$$

De là, l'équation (1.8) peut s'écrire comme deux équations dépendantes de r :

$$r^2 \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + r \frac{dR(r)}{dr} + \left(U^2 \frac{r^2}{a^2} - l^2 \right) R(r) = 0 \quad \rightarrow \quad \text{cœur } (0 < r \leq a) \quad (1.13)$$

$$r^2 \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + r \frac{dR(r)}{dr} - \left(W^2 \frac{r^2}{a^2} + l^2 \right) R(r) = 0 \quad \rightarrow \quad \text{gaine } (r > a) \quad (1.14)$$

Les équations (1.13) et (1.14) sont les formes standard des équations de Bessel.

Les solutions de l'équation (1.13) sont $J_l(x)$ et $Y_l(x)$ où $x = Ur/a$. Cependant, la solution $Y_l(x)$ diverge lorsque x tend vers 0, et doit donc être rejetée.

Les solutions de l'équation (1.14) sont $K_l(\tilde{x})$ et $I_l(\tilde{x})$ où $\tilde{x} = Wr/a$. Cependant, la solution $I_l(\tilde{x})$ diverge lorsque $\tilde{x} \rightarrow \infty$ et doit donc également être rejetée. Par conséquent, la dépendance transverse du champ est donné par :

$$\psi(r, \phi) = \begin{cases} \frac{E_0}{J_l(U)} J_l\left(\frac{Ur}{a}\right) \begin{bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{bmatrix}; & r < a \\ \frac{E_0}{K_l(W)} K_l\left(\frac{Wr}{a}\right) \begin{bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{bmatrix}; & r > a \end{cases} \quad (1.15)$$

La continuité de $\partial\psi/\partial r$ en $r = a$ donne :

$$U \frac{J'_l(U)}{J_l(U)} = W \frac{K'_l(W)}{K_l(W)} \quad (1.16)$$

De là, on déduit¹ :

$$U \frac{J_{l-1}(U)}{J_l(U)} = W \frac{K_{l-1}(W)}{K_l(W)} \quad (1.17)$$

On introduit la constante de propagation normalisée, b , permettant d'écrire l'équation(1.17) en fonction d'une seule variable :

$$b = \frac{\beta^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.18)$$

Donc, $W = V\sqrt{b}$ et $U = V\sqrt{1-b}$, avec $0 < b < 1$.

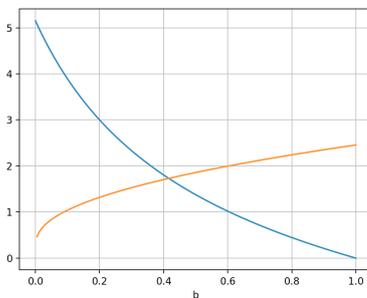
L'équation (1.17) peut donc s'écrire en fonction de la seule variable b :

$$V\sqrt{1-b} \frac{J_{l-1}(V\sqrt{1-b})}{J_l(V\sqrt{1-b})} = -V\sqrt{b} \frac{K_{l-1}(V\sqrt{b})}{K_l(V\sqrt{b})} \quad (1.19)$$

Un mode de propagation est noté LP_{lm} . Dans le cas de l'approximation du guidage faible, correspondant à notre cas, les modes sont linéairement polarisés. Donc, chaque mode est solution de l'équation de propagation (1.19). Pour le calcul pour les modes LP_{0m} , où $l = 0$, on aura donc dans l'équation (1.19) J_{-1} et K_{-1} aux numérateurs. Cependant, $J_{-1} = J_1$ et $K_{-1} = K_1$. Donc, pour les modes LP_{0m} , à partir de (1.17), l'équation (1.19) devient :

$$V\sqrt{1-b} \frac{J_1(V\sqrt{1-b})}{J_0(V\sqrt{1-b})} = V\sqrt{b} \frac{K_1(V\sqrt{b})}{K_0(V\sqrt{b})} \quad (1.20)$$

Les équations (1.19) et (1.20) sont des équations transcendentes qu'il faut résoudre graphiquement.



Afin de déterminer l'indice des modes LP_{lm} , il nous faut fixer l et tracer l'équation (1.19). Il faut ensuite relever le point d'intersection des deux membres, et noter l'ordre d'apparition, correspondant à l'indice m .

Par exemple, l'image ci-contre représente la solution de l'équation (1.20) pour $l = 0$.

FIGURE 1.1 – Tracé de l'équation (1.20), donc $l = 0$, pour une fibre de paramètre $V = 2$

1. $\pm U J'_l(U) = l J_l(U) - U J_{l\pm 1}(U)$, $\pm W K'_l(W) = l K_l(W) \mp W K_{l\pm 1}(W)$
 $J_{l+1}(U) = (2l/U) J_l(U) - J_{l-1}(U)$, $K_{l+1}(W) = (2l/W) K_l(W) + K_{l-1}(K)$

On remarque que la seule intersection se situe en $b = 0.41$. Donc $b = 0.41$ pour le mode LP_{01} dans le cas d'une fibre optique de paramètre $V = 2$. De plus, comme il n'y a qu'une seule intersection, pour $l = 0$, il n'y a que le mode LP_{01} . A partir du b obtenu, propre à chaque mode, on peut remonter à la valeur de U et enfin tracer le mode en question à partir de l'équation (1.15).

A chaque l spécifique, correspond plusieurs modes de propagation, et forment donc des couples LP_{lm} . Pour $l = 0$, il y a deux états de polarisations différents; pour les modes où $l \geq 1$, chaque couple LP_{lm} a quatre dégénérescences, correspondant à deux polarisations orthogonales et à deux dépendances possibles en ϕ ($\cos \phi$ ou $\sin \phi$).

Pour un mode LP_{lm} , l est appelé **nombre azimutal** et m est le **nombre radial**.

Un mode est guidé si

$$k_0^2 n_1^2 > \beta^2 > k_0^2 n_2^2 \quad (1.21)$$

Une fibre multimode peut donc propager plusieurs modes LP_{lm} . Chaque mode a un β spécifique et une répartition spatiale propre au sein de la fibre optique.

La répartition spatiale d'un mode est caractérisé par des pics d'intensité, et lignes reliant les intensités nulles nommées lignes modales. Comme nous pouvons le voir sur les images ci-dessous, le mode LP_{01} correspond au mode fondamental, donc, en sortie de fibre on n'observe qu'un seul pic d'intensité au centre de l'image. Pour le mode LP_{02} , on observe la présence de deux anneaux d'intensité concentriques.

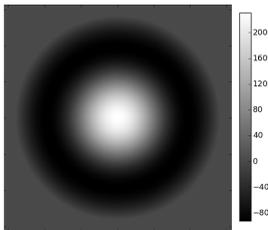


FIGURE 1.2 – Mode LP_{01}

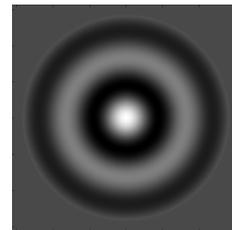


FIGURE 1.3 – Mode LP_{02}

Le mode LP_{11} présente quant à lui deux maxima d'intensité dans la direction azimutale, et le mode LP_{12} présente deux maxima d'intensité dans les directions azimutale et radiale.

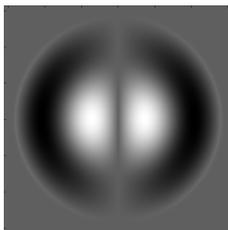


FIGURE 1.4 – Mode LP_{11}

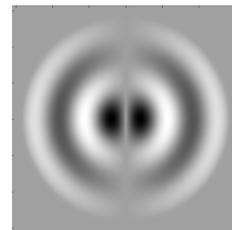


FIGURE 1.5 – Mode LP_{12}

On remarque par ces images que lorsqu'on augmente le **nombre azimutal** l , on augmente le nombre de plans de symétries sur le champ; sur l'intensité, on verra donc $2 * l$ pics d'intensité sur la direction azimutale. Le **nombre radial** m correspond quant à lui au nombre de maxima d'intensité sur la direction radiale.

Nous savons maintenant calculer la répartition spatiale des modes que nous souhaitons observer expérimentalement. Il nous est alors possible de programmer cette répartition spatiale propre à chaque mode avec un programme python, qui nous en donnera une image.

Nous allons maintenant nous intéresser au Modulateur Spatial de Lumière et à notre partie expérimentale.

Chapitre 2

Le Modulateur Spatial de Lumière (SLM)

Pour exciter un mode précis, nous allons imprimer l'image de ce dernier sur le faisceau incident dans la fibre à l'aide du SLM.

Mais avant de passer aux expériences, nous avons cherché à comprendre le fonctionnement de cet appareil.

2.1 Fonctionnement du SLM

Les modulateurs spatiaux de lumière (SLM pour Spatial Light Modulators) sont des outils électro-optiques permettant, comme leur nom l'indique, de moduler spatialement les ondes optiques. Ils sont capables de modifier en temps réel la transmission lumineuse.

Le SLM est un dispositif composé d'un écran à cristaux liquides. Leur utilisation est très répandue de nos jours (écran...).

Les cristaux liquides combinent les propriétés d'un liquide et celle d'un solide cristallisé, et sont composés de molécules ellipsoïdales. Les propriétés de ces molécules créent un phénomène de biréfringence de forme de cristal liquide. Si l'on étudie l'ellipse, en notant n_e (l'indice extraordinaire suivant l'axe y) et n_o (indice ordinaire suivant x), on peut en déduire le déphasage entre les composantes de polarisation incidente suivant x et y :

$$\Delta\phi = \frac{\pi d}{\lambda} (n_e - n_o) \quad (2.1)$$

avec d l'épaisseur du milieu et λ la longueur d'onde du faisceau.

Il existe trois classes de cristaux liquides différenciables par l'alignement des molécules : les nématiques (les molécules ont un ordre d'orientation), les smectiques (les molécules ont un ordre d'orientation et de position) et les cholestériques (ou nématiques hélicoïdaux, arrangement des molécules en hélice).

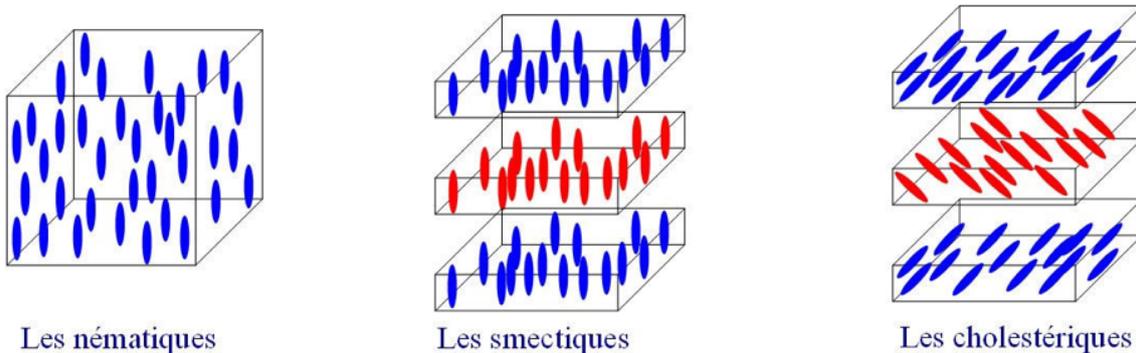


FIGURE 2.1 – Classes de cristaux liquides dans les SLM

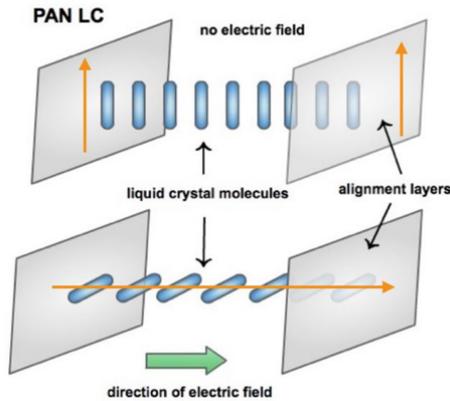
Les utilisant dans notre SLM, nous allons nous intéresser au cas des cristaux liquides nématiques.

2.1.1 Cas des nématiques

Dans un cristal liquide en phase nématique, les molécules sont orientées dans une direction privilégiée de l'espace appelée **directeur**. Par contre la distribution des centres de masse des molécules est aléatoire.

Il existe deux configurations possibles des cristaux liquides dans le cas des nématiques : Le cas **Parallel Aligned Nematics (PAN)** et **Twisted Nematics (TN)**.

2.1.1.1 Parallel Aligned Nematics



Les deux plaques sont polies dans la même direction, et donc les molécules restent toutes orientées dans la même direction.

Les molécules basculent toutes selon le champ \vec{E} que l'on applique.

Il y a une modulation de phase et d'amplitude indépendamment l'une de l'autre dans le cas du PAN.

FIGURE 2.2 – Parallel Aligned Nematics [6]

2.1.1.2 Twisted Nematics

Les plaques sont polies perpendiculairement l'une par rapport à l'autre. Il y a ici une modulation d'amplitude et de phase simultanément, en plus d'une modulation d'intensité obtenue à l'aide de polariseurs.

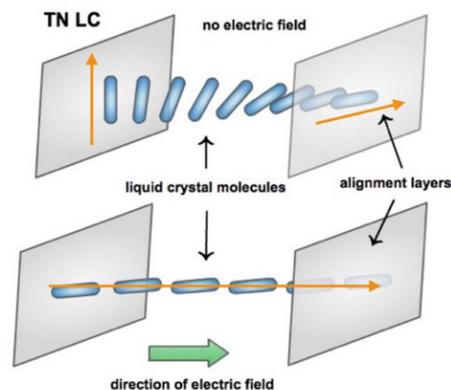


FIGURE 2.3 – Twisted Nematics [6]

2.2 Explications théoriques : Matrices de Jones

Les matrices de Jones nous permettent de décrire l'état de polarisation d'un faisceau lumineux aux passages d'éléments optiques. Nous pourrions ensuite connaître l'état de polarisation de l'onde imposée par le SLM.

En effet, l'état de polarisation en sortie d'un système A' se décrit à partir de l'état en entrée A et de la matrice de Jones T : $A' = TA$.

2.2.1 Cas des Parallel Aligned Nematics

* Modulation de phase

Il s'agit ici, du cas le plus simple à décrire, qui permet de bien comprendre le fonctionnement du SLM.

Soit T la matrice correspondant au retard dû au SLM [6] :

$$T = \begin{pmatrix} e^{i\Delta\phi} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta\phi} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Où $\Delta\phi$ est le déphasage défini précédemment (2.1).

Si l'onde incidente est polarisée selon y :

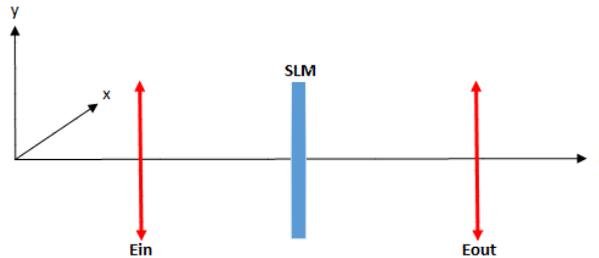


FIGURE 2.4 – Cas du PAN avec l'onde incidente polarisée selon y

Dans ce cas, l'onde en sortie sera [7] :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{out} &= T * \vec{e}_y = \begin{pmatrix} e^{i\Delta\phi} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta\phi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \vec{E}_{out} &= e^{-i\Delta\phi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$e^{i\Delta\phi}$ caractérise le décalage de phase uniquement, ce qui confirme la définition donnée dans le paragraphe précédent du PAN. L'intensité ne change pas dans ce cas-là. Le paramètre $\Delta\phi$ permet de caractériser ce décalage.

* Modulation d'amplitude

Considérons maintenant le montage suivant :

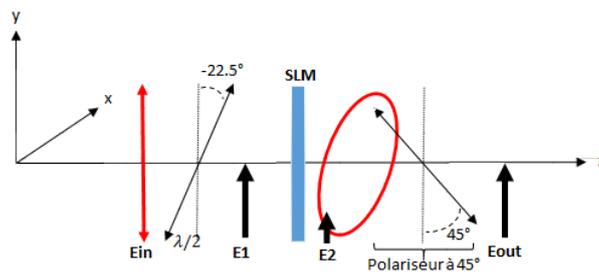


FIGURE 2.5 – Cas du PAN avec modulation en phase et en amplitude

La modulation d'amplitude peut être obtenue grâce à un ajustement des polarisations des ondes incidentes et sortantes. Pour cela, on utilise une lame demi-onde ($\lambda/2$) afin que l'onde entre dans le SLM avec une polarisation à 45° . Les matrices de Jones permettent d'expliquer ce phénomène. Pour la lame demi-onde, on a :

$$L = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

A l'aide de la matrice de rotation suivante,

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

On peut calculer l'onde \vec{E}_1 , en sortie de la lame $\lambda/2$, orientée de 22.5° par rapport avec l'axe vertical, donc pour $\theta = \pi/8$:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= R\left(\frac{\pi}{8}\right) LR\left(-\frac{\pi}{8}\right) \vec{E}_y \\ \vec{E}_1 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

On peut donc maintenant calculer le champ en sortie du SLM :

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 &= T\vec{E}_1 \\ \vec{E}_2 &= \frac{e^{i\Delta\phi+i\pi}}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2}e^{-2i\Delta\phi-i\pi} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

La polarisation est ici elliptique, c'est à dire de la forme :

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} a \\ be^{i\Delta\phi} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Où $a = b = \sqrt{2}$ et $\phi = -2\Delta\phi - \pi$.

L'onde \vec{E}_2 passe ensuite par un polariseur à 45° pour obtenir \vec{E}_{out} . On a alors :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{out} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{E}_2 \\ \vec{E}_{out} &= \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i(\Delta\phi+\pi+\frac{\phi}{2}+\frac{\pi}{2})} \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\phi}{2}) \\ \sin(\frac{\phi}{2}) \end{pmatrix} \\ \vec{E}_{out} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\Delta\phi) \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Par conséquent, l'intensité I_{out} vaut :

$$I_{out} = \cos^2(\Delta\phi) \quad (2.10)$$

L'intensité dépend donc de $\Delta\phi$ lorsqu'il y a un polariseur, qui permet donc de moduler l'amplitude. Ainsi, il est possible de moduler la phase et l'amplitude indépendamment l'une de l'autre avec ce type de SLM, utilisant les cristaux liquides PAN.

2.2.2 Cas des Twisted Nematics

Dans ce cas, les molécules de chaque cellule à cristaux liquides ont déjà une rotation de 0 à $\pi/2$ sur l'épaisseur du cristal. On suppose que le système est composé de N plans espacés de δ_z (très petit) avec $N\delta_z = d$. D'un plan à un autre les molécules tournent de α (avec $\alpha = \pi/2d$) quand aucun champ électrique n'est appliqué.

La Fig. 2.6 présente la rotation des cristaux liquides sur l'épaisseur du cristal :

Avec θ_n : angle de rotation que font les molécules entre le plan 0 et le plan n .

$-\theta_n = \theta_n - \theta_0$, alors, en N (toute l'épaisseur de l'écran à cristaux liquides) : $\theta_N = \frac{\pi}{2}$.

Nous allons nous intéresser à deux cas extrêmes :

- Sans tension ($\alpha d = \frac{\pi}{2}$),
- Avec tension maximale ($\alpha d = 0$).

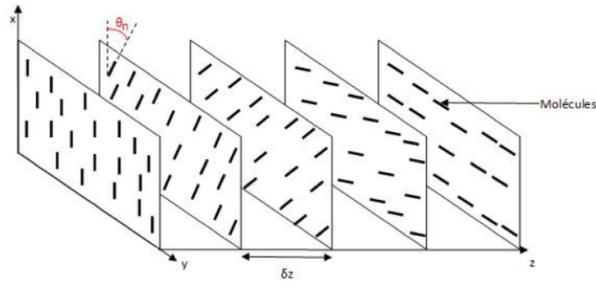


FIGURE 2.6 – Orientation des cristaux liquides dans un écran à cristaux liquides Twisted Nematics

2.2.2.1 Cas général

Nous utilisons ici la matrice T_r , qui traduit la propagation de la lumière dans un milieu ayant un indice différent allant de n_e à n_o :

$$T_r = \begin{pmatrix} e^{-in_0k_0\delta_z} & 0 \\ 0 & e^{-in_e k_0\delta_z} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Afin de faire apparaître une différence de phase on exprime les termes dans la matrice T_r d'une autre manière :

$$e^{-in_0k_0\delta_z} = e^{-i\left(\frac{n_0-n_e}{2}k_0\delta_z\right)} e^{-i\left(\frac{n_0+n_e}{2}k_0\delta_z\right)} = e^{-i(\phi\delta_z)} e^{-i\left(\frac{B}{2}\delta_z\right)}$$

$$e^{in_0k_0\delta_z} = e^{-i\left(\frac{n_e-n_0}{2}k_0\delta_z\right)} e^{-i\left(\frac{n_0+n_e}{2}k_0\delta_z\right)} = e^{-i(\phi\delta_z)} e^{i\left(\frac{B}{2}\delta_z\right)}$$

Par identification, on définit $B = (n_0 - n_e)k_0$ la biréfringence par unité de longueur, et $\phi = \frac{n_0+n_e}{2}k_0$.

Or, $\Delta\phi = \frac{\pi d}{\lambda}(n_e - n_0) = \frac{\pi d}{\lambda k_0} B = \frac{Bd}{2}$.

Différemment du paragraphe précédent, où nous avons supposé qu'il y avait N plans, donc plusieurs angle de rotation θ_n des molécules. La matrice de rotation est :

$$T = \prod_i^N R(-\theta_i) T_r R(\theta_i)$$

Or : $R(\theta_N)R(-\theta_{N-1}) = R(\Delta\theta)$

Donc :

$$T = R(-\theta_N) [T_r R(\Delta\theta)]^{N-1} T_r R(\theta) \quad (2.12)$$

Nous avons supposé que δ_z était petit, c'est à dire $\delta_z \ll 1$, et que α était constant. Alors :

$$\begin{aligned} \cos(\alpha z) &\approx 1 \\ \sin(\alpha z) &\approx 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

D'où (voir équation (2.5)) :

$$R(\alpha z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

On peut donc réécrire T comme :

$$T = R(-N\alpha\delta_z) \begin{pmatrix} e^{i\left(\frac{BN}{2}\delta_z\right)} & 0 \\ 0 & e^{-i\left(\frac{BN}{2}\delta_z\right)} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Si $N \rightarrow \infty$ et $N\delta_z \rightarrow d$, on a¹ :

$$T = R(-\alpha d) \begin{pmatrix} e^{i(\frac{Bd}{2})} & 0 \\ 0 & e^{-i(\frac{Bd}{2})} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

On peut alors finalement en déduire :

$$T = R(-\alpha d) \begin{pmatrix} e^{i\Delta\phi} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta\phi} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

On retrouve ici la matrice de Jones de la partie PAN (équation (2.2)) mais multipliée par une matrice de rotation d'angle $(-\alpha d)$.

Maintenant que nous avons la matrice de Jones, nous pouvons déterminer le champ \vec{E}_{out} en sortie du SLM, dans les deux cas extrêmes cités au début de cette partie :

2.2.2.2 Cas extrême : pas de champ électrique dans le SLM

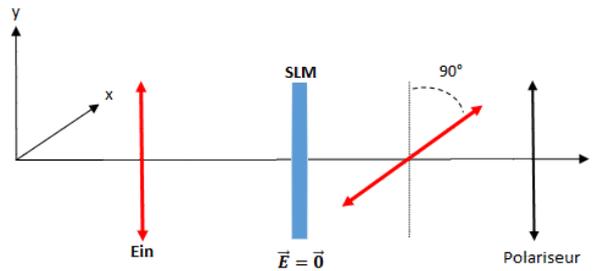


FIGURE 2.7 – Cas extrême, pas de champ électrique dans le SLM

Dans ce cas :

$$-\alpha d = \frac{\pi}{2} \quad (2.18)$$

On a alors la matrice de rotation suivante :

$$R\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Et donc :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{out} &= R\left(\frac{\pi}{2}\right) * T * R\left(-\frac{\pi}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \vec{E}_{out} &= e^{i(\pi - \Delta\phi)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

On observe que dans ce cas là, une onde polarisée rectilignement suivant y ressort du SLM TN polarisée rectilignement suivant x , avec un déphasage de $(\pi - \Delta\phi)$.

2.2.2.3 Cas extrême : champ électrique maximum dans le SLM

Dans ce cas :

$$-\alpha d = 0 \quad (2.21)$$

1. $\begin{pmatrix} e^{i(\frac{Bd}{2})} & 0 \\ 0 & e^{-i(\frac{Bd}{2})} \end{pmatrix}$ correspond au retard de phase subi par l'onde incidente, Et $R(-\alpha d)$, la rotation des cristaux le long de l'épaisseur d'un pixel.

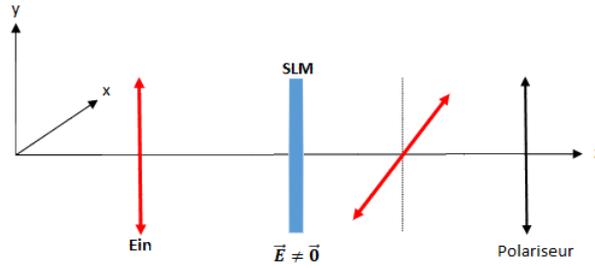


FIGURE 2.8 – Cas extrême, champ électrique maximum dans le SLM

D'où :

$$R(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Donc :

$$\vec{E}_{out} = e^{-i\Delta\phi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Ici, il n'y a pas de variation de polarisation et d'amplitude par rapport à l'onde incidente. Il y a cependant un décalage de phase de $\Delta\phi$.

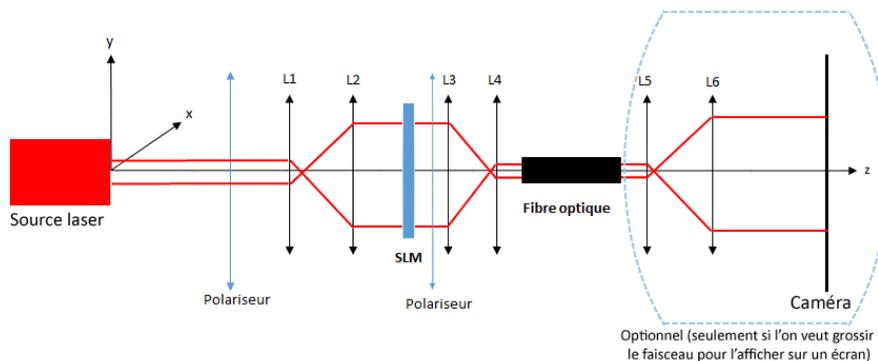
Dans les deux cas, on peut obtenir une modulation d'amplitude en fonction de $\Delta\phi$ et une modulation de phase dépendant aussi de $\Delta\phi$. La modulation d'amplitude et de phase d'une onde traversant un SLM peut être caractérisé en fonction de $\Delta\phi$.

2.3 Expérimentation

L'objet le plus important dans notre étude est sans nul doute le SLM, qui, comme décrit précédemment nous permet de modifier point par point dans un plan les propriétés d'un champ électromagnétique. Dans notre cas, nous utiliserons le SLM-TN qui rappelons-le permet de modifier l'intensité et l'amplitude.

Le SLM est utilisé comme un filtre spatial programmable, nous avons, à l'heure actuelle, créé un programme python spécialement pour le SLM. Ce programme nous permet de calculer les modes numériquement, et d'en afficher les intensités. Le faisceau laser traversera le SLM et sera alors modulé en fonction du mode affiché. Ceci nous permettra alors d'imposer en entrée de la fibre l'image du mode à exciter. Notre SLM est un **LC-R 720**, ayant un écran de **25.6 x 15.4 mm** et chaque pixel mesure **20 μm** [8]

Le montage que nous réaliserons et utiliserons est le suivant, composé de trois montages 4f, autour du SLM et de la fibre optique (le dernier 4f est optionnel et n'est utile que si l'on veut visualiser l'image du mode sur un écran).



De plus, il nous faut ajuster la taille du faisceau laser afin que ce dernier soit adapté à l'écran du SLM, de **15.4mm de côté**. Pour ce faire, nous utilisons un montage **4f**, composé de deux lentilles convergentes. La première lentille concentre le faisceau alors que la seconde le remet parallèle à l'axe optique. En sortie du SLM, il nous faudra utiliser le même type de montage afin de diminuer la taille du faisceau pour qu'il soit adapté au cœur de la fibre (d'un rayon de **62.5 μm**). En sortie de la fibre, nous pourrions visualiser l'image du mode sur un écran ou alors utiliser un capteur CCD afin de traiter l'image sur un ordinateur.

Enfin, en entrée du SLM-TN, le faisceau laser doit être polarisé. Nous polariserons donc le faisceau selon y , comme expliqué dans la partie précédente.

Dans cette partie, nous avons étudié les deux différents types de SLM : à cristaux liquides PAN ou TN. Pour nos expériences, nous utiliserons un SLM-TN qui permet de moduler l'intensité et l'amplitude du faisceau laser.

Nous réaliserons un montage composé de plusieurs lentilles permettant d'adapter la taille du faisceau laser aux différents composants optiques.

Conclusion

En conclusion, ce projet nous permet de rejoindre une équipe de recherche et de prendre part à leurs travaux. Nous avons rejoint l'équipe **Physique Mésooscopique** et travaillons avec notre tutrice de projet **Mme. Valérie DOXA** sur l'excitation d'un mode spécifique dans une fibre optique multimode.

Une fibre optique multimode peut contenir et propager plusieurs milliers de modes. Le but de notre projet est de n'en exciter qu'un seul !

Afin de parvenir à réaliser cet objectif, nous utilisons un **Modulateur Spatial de Lumière (SLM)** utilisant la technologie **Twisted Nematics** qui permet de moduler l'intensité et l'amplitude d'un faisceau incident.

Dans notre cas, le faisceau laser traversera le SLM et ressortira avec son intensité et son amplitude modifié, de la forme du mode de la fibre que l'on cherche à exciter.

Un montage composé de plusieurs lentilles nous permet de changer les proportions du faisceau laser. Ceci nous permet d'adapter la taille du faisceau aux dimensions de l'écran du SLM, et ensuite au cœur de la fibre, tout en le gardant bien parallèle à l'axe optique.

Enfin, ce rapport montre et explique toute la partie théorique de notre projet, que nous avons du comprendre et démontrer afin de pouvoir l'utiliser pour les expériences à venir.

Pour la fin de notre projet, nous allons nous focaliser sur la pratique et les expérimentations. Nous allons réaliser notre montage expérimental, et tester notre démarche de recherche - i.e. imposer en entrée de la fibre une image du mode à exciter grâce au SLM.

Remerciements

Nous tenons dans un premier temps à remercier **Mme. Valérie DOYA**, tutrice de notre projet, pour nous accueillir et nous encadrer tout au long de ce projet tuteuré.

Sans **Mme. Valérie DOYA**, ce projet ne serait pas une aussi grande réussite, tant du point de vue humain que professionnel.

En outre, nous tenons à remercier plus généralement le **LABORATOIRE INΦNI**, et les personnes y travaillant pour nous permettre de passer de bons moments et de travailler dans une bonne ambiance.

Enfin, nous remercions **Mme. Valérie DOYA** et la **FACULTÉ DES SCIENCES DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS** pour nous avoir proposé ce projet, nous donnant un bon aperçu de la recherche en laboratoire.

Références

- [1] V. Doya. *Du "speckle" aux "scars" : une expérience de chaos ondulatoire dans une fibre optique*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2000.
- [2] V. Doya. Contrôle des modes singuliers de fibres optiques hautement multimodes à géométrie non standard. *Recueil des Communications 34 ème Journées Nationales d'Optique Guidée*, page 24, 2014.
- [3] C. Michel. *Chaos Ondulatoire en Optique Guidée : Amplificateur fibré double-gaine pour la génération de modes "scar"*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2009.
- [4] D. Flamm. All-digital holographic tool for mode excitation and analysis in optical fibers. *Journal of lightwave Technology*, VOL. 31, 2013.
- [5] A. Ghatak and K. Thyagarajan. *Introduction to fiber optics*. Cambridge University Press, 1998.
- [6] V. Carrat. *Correction dynamique d'un SLM pour une holographie de haute fidélité. Réalisation d'un MOT-2D pour l'application de modes de Laguerra-Gauss*. PhD thesis, Université Paris Sud - Paris XI, 2012.
- [7] B.E.A. Saleh and M.C. Teigh. *Fundamentals of Photonics*. Wiley, 2007.
- [8] HOLOEYE. Lc-r 720 spatial light modulator (reflective), 2013.