



UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS
PROJET TUTEURÉ DE LICENCE DE PHYSIQUE

ANNÉE 2018

Simulation d'écoulements de fluides par la méthode de Boltzmann sur réseau

Auteurs :

Mathilde JEANNINGROS
Adrien BANGMA
Mohamed Achraf BOUHSEN

Encadrants :

Mathias ALBERT
Frédéric HÉBERT

Projet réalisé à *L'Institut de Physique de Nice Sophia Antipolis*



1^{er} avril 2018

Sommaire

1	Introduction	1
1.1	Présentation du sujet	1
1.2	Problématique soulevée	1
1.3	Plan du rapport	2
2	Aspects mathématiques	3
2.1	Développement des équations	3
2.1.1	Navier-Stokes	3
2.1.2	Boltzmann	4
2.2	Méthode de réseaux de Boltzmann (LBM)	5
2.2.1	La diffusion	7
2.2.2	La collision	7
3	Modélisation	9
3.1	Le schéma algorithmique	9
3.2	Conditions aux bords	10
4	Résultats	11
4.1	Instabilités de Kelvin-Helmholtz	11
4.2	Résultats de la simulation	12
5	Conclusion	13

Chapitre 1

Introduction

1.1 Présentation du sujet

Depuis l'Antiquité, les hommes cherchent à comprendre les phénomènes naturels, et à les expliquer. Au début, ils établissent des théories sur de simples observations, comme l'ont fait de grands scientifiques tel que Aristote. Ils n'avaient pas les connaissances nécessaires pour interpréter mathématiquement ces phénomènes. Grâce à ces premières interprétations simples, les physiciens, au fil des siècles, vont approfondir ces enseignements et essayer de mettre en équation ces observations.

Nous nous intéressons, lors de notre projet, tout particulièrement à l'écoulement des fluides. Observé depuis la nuit des temps et de ce fait étudié depuis l'Antiquité, il n'a pu être compris que des siècles plus tard, grâce au développement notamment de la théorie cinétique. La théorie cinétique est exposée à partir du XVIII^{ème} siècle par de célèbres scientifiques tels que Bernoulli, Waterston ou encore Clausius. Elle permet d'expliquer l'évolution d'un système de particules, à partir de caractéristiques comme leurs vitesses et positions.

Cette théorie a permis d'accéder aux propriétés de transport, telles que la viscosité, la diffusion de la matière et la conductibilité thermique en prenant en compte les conséquences des collisions entre les molécules. C'est l'un des arguments clés de la mise en évidence de la théorie atomique de la matière. Le formalisme mathématique a été développé dès le XIX^{ème} en grande partie par Maxwell et Boltzmann qui ont modélisé un gaz en le considérant comme un ensemble de molécules.

L'étude des écoulements des fluides qu'ils soient gazeux ou liquides fait appel à la dynamique des fluides. Le mouvement d'un fluide est décrit généralement à l'échelle macroscopique par les équations de Navier-Stokes. Pour connaître les solutions à ces équations, il faut connaître les différents paramètres mis en jeu, tel que le gradient de pression.

Dans ce projet, nous allons nous intéresser aux équations de Navier-Stokes et aux travaux de Boltzmann, ainsi qu'à la méthode de Boltzmann sur réseau, permettant une discrétisation du problème et donc une simulation informatique.

Ces modèles numériques permettent aujourd'hui de comprendre les mouvements des courants dans les océans, ainsi que ceux des grandes masses d'air dans l'atmosphère. On s'en sert également pour étudier la circulation du sang dans nos artères et simuler la trajectoire de l'air autour d'une aile d'avion ou d'une carrosserie de voiture (voir figure (1.1)).

1.2 Problématique soulevée

L'objectif du projet est de réaliser un programme informatique, capable de modéliser les solutions des équations de Navier-Stokes, via la méthode des réseaux de Boltzmann, pour des écoulements de fluides dans un espace en deux dimensions.

1.3 Plan du rapport

Dans une première partie, nous allons détailler les équations de Navier-Stokes, l'équation de Boltzmann, puis expliquer le principe de la méthode de Boltzmann sur réseau.

La deuxième partie consistera à présenter le schéma algorithmique pour la résolution de l'équation discrète de Boltzmann et nous discuterons des conditions aux bords.

La troisième partie portera sur les premiers résultats obtenus.

Finalement, nous concluerons notre rapport sur une ouverture vers les prochaines améliorations de notre programme et ce à quoi il va pouvoir ressembler à l'échéance du projet.

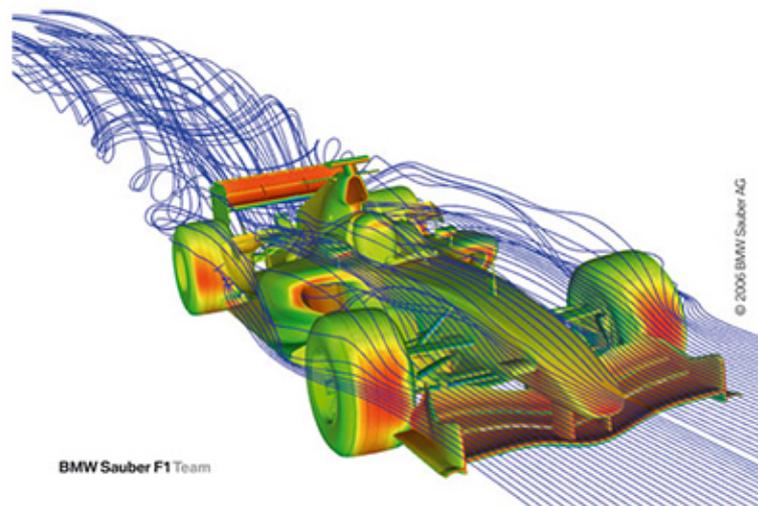


FIGURE 1.1 – *Simulation numérique de l'écoulement de l'air autour d'une voiture. (Figure extraite de [1])*

Chapitre 2

Aspects mathématiques

Comme énoncé plus haut, l'aboutissement de ce projet est de réussir à produire un programme en langage C simulant l'écoulement d'un fluide, à partir des paramètres qui le caractérisent.

2.1 Développement des équations

Nous avons aujourd'hui la chance d'avoir à notre disposition des équations capables d'exprimer mathématiquement l'écoulement des fluides. Ces équations nous permettent de prévoir la météo ou d'optimiser la forme de la carrosserie d'une voiture.

Dans ce chapitre, nous allons exposer différentes équations traduisant le mouvement d'un fluide dans l'espace. Nous commencerons par les travaux de Navier et Stokes, puis ceux de Boltzmann. Dans une seconde partie¹, nous détaillerons la méthode de Boltzmann sur réseau.

2.1.1 Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes, sont établies au 19^e siècle par le français Navier et complétées quelques années plus tard par l'anglais Stokes. Elles sont parmi les plus importantes de toute la physique et continuent à fasciner aussi bien les physiciens que les mathématiciens. Ces équations décrivent le mouvement des fluides newtoniens (c'est-à-dire possédant une certaine viscosité μ non nulle).

✓ **Équations de Navier-Stokes :**

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}\right) = -\vec{\nabla} P + \mu(\nabla^2 \vec{v}) \quad (2.1)$$

où :

ρ : est la masse volumique

P : la pression

\vec{v} : la vitesse

Ces équations sont assez analogues à la seconde loi de Newton qui énonce que la somme des forces extérieures aux systèmes est égale au produit de la masse par l'accélération. Ainsi, dans l'équation ci-dessus :

ρ est analogue à la masse

$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}\right)$ est analogue à l'accélération fois la masse

$-\vec{\nabla} P$ correspond à la force de pression

$(\mu(\nabla^2 \vec{v}))$ correspond à la force visqueuse

Les trois équations qui en résultent sont complexes car le terme $\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v}$ induit une non-linéarité, et les équations non-linéaires traduisent des phénomènes physiques complexes.

1. Cette seconde partie est inspirée de la présentation [6].

Un autre point à noter est que les équations de Navier-Stokes sont incomplètes, car elles nécessitent des hypothèses sur l'expérience et sur les fluides étudiés (comme de connaître les gradients de pression ou le caractère incompressible ou non du fluide).

C'est pour cela que les équations de Navier-Stokes ne seront pas utilisées pour la réalisation de ce projet. On s'intéresse donc aux travaux de Boltzmann concernant les écoulements de fluides qui sont bien plus simples à transcrire informatiquement et qui sont plus généraux en nous permettant de tout connaître de l'écoulement considéré.

2.1.2 Boltzmann

L'équation de transport a été établie en 1872 par Ludwig Boltzmann. C'est une équation intégro-différentielle de la théorie cinétique (vue dans l'introduction), qui décrit l'évolution d'un fluide hors équilibre.

Soit une molécule de gaz ayant une vitesse v et une position x à un instant t . A l'instant $t + \delta t$, sans avoir subi de collision, cette molécule aura toujours la même vitesse v et sa position sera $x + v\delta t$.

On considère $f(t, x, v)dvdvdx$ la masse des molécules dans un petit volume dx autour du point x et de vecteur vitesse dans un petit élément dv autour de v à un instant t . La fonction $f(t, x, v)$ est appelé fonction de distribution, c'est la densité de masse de gaz par unité de volume dans l'espace des phases (position-vitesse) défini.

Après l'intervalle de temps δt , ces molécules sans subir de collisions, auront toujours les mêmes vitesses et seront dans un petit volume $dx'dv'$ autour de $x + v\delta t$ et de v . Ceci peut très facilement se démontrer en calculant le nouvel élément de volume par la formule de changement de variable. Le jacobien valant 1 on a bien $dx'dv' = dx'dv$.

La masse de ces molécules est donc $f(t + \delta t, x + v\delta t, v)dvdvdx$.

La différence entre les deux masses en l'absence de collisions est de zéro car toutes les molécules sont passées du premier au second volume.

En cas de collisions, on obtient par contre deux masses différentes. On a donc :

$$f(t + \delta t, x + v\delta t, v)dvdvdx - f(t, x, v)dvdvdx = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}dvdvdx\delta t \quad (2.2)$$

$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}dvdvdx\delta t$ est le taux de variation de masse des molécules considérées.

On étudie la limite de δt en 0 de cette équation en la divisant par $dx'dv'$ et δt .

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \delta t, x + v\delta t, v) - f(t, x, v)}{\delta t} = \phi'(0) \quad (2.3)$$

où :

$$\phi(\delta t) = f(t + \delta t, x + v\delta t, v)$$

On obtient ainsi la relation :

$$\partial_t f(t, x, v) + v \cdot \nabla_x f(t, x, v) = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} \quad (2.4)$$

La partie gauche de l'équation correspond au vecteur de convection à la vitesse v appliqué à f .

La partie droite de l'équation est notée $Q(f)$, un opérateur de collision qui modélise la variation des vitesses des molécules au cours du temps due aux collisions en un point x , et ce pour chaque vitesse v .

Il dépend donc de la valeur de la distribution en toutes autres vitesses, c'est donc un opérateur local d'un point de vue spatial et global temporellement.

Boltzmann en établissant l'expression de cet opérateur n'a tenu compte que des collisions entre deux molécules, collisions binaires. On suppose aussi des collisions élastiques, conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie totale des deux molécules durant la collision.

Le calcul de cet opérateur est assez compliqué, nous préférons donc nous intéresser à ses propriétés plutôt qu'à sa construction mathématique. Les propriétés vont suffire à établir le lien entre l'évolution microscopique et macroscopique du gaz.

On notera $\langle \phi \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(v) dv$.

On établit des hypothèses pour simplifier l'utilisation de cet opérateur.

La première hypothèse est issue de la théorie cinétique qui dit que comme nous l'avons déjà évoqué ci-dessus, on ne prend en compte que des collisions binaires, lors desquelles masse quantité de mouvement et énergie cinétique se conservent.

On a donc : $\langle Q(f) \rangle = 0$, $\langle vQ(f) \rangle = 0$, $\langle 1/2|v|^2Q(f) \rangle = 0$

La deuxième hypothèse est le « théorème H », selon lequel il existe une grandeur $H(f)$ qui varie de façon monotone au cours du temps pendant que le gaz relaxe vers l'état d'équilibre caractérisé par la distribution de Maxwell. Cette dernière est une loi qui quantifie la répartition des vitesses entre les différentes particules dans un gaz à l'équilibre thermodynamique global à température uniforme. La fonction $H(f)$ est décroissante au cours du temps, d'où l'appellation de cette deuxième hypothèse dissipation d'entropie.

On a donc pour f positive : $\langle Q(f) \ln f \rangle \leq 0$

La troisième hypothèse est une propriété d'équilibre.

$Q(f) = 0$ ce qui implique $\langle Q(f) \ln f \rangle = 0$ et $f = M[\rho, u, T]$

avec $M[\rho, u, T]$ la distribution de Maxwell.

Les deux dernières hypothèses permettent de montrer qu'au bout d'un certain temps le gaz converge vers un état d'équilibre.

Après cette explication, ([3]), simplifiée de l'équation de Boltzmann, on peut donc introduire la méthode des réseaux de Boltzmann qui n'est rien d'autre que l'utilisation de l'équation dans un espace discrétisé en réseau.

2.2 Méthode de réseaux de Boltzmann (LBM)

La méthode des réseaux de Boltzmann ou Lattice Boltzmann Method en anglais (abrégée LBM) est issue de la théorie cinétique des gaz de Boltzmann évoquée ci-dessus.

Depuis le début des années 90, la méthode Boltzmann sur réseau connaît un succès grandissant dans de nombreux domaines de la dynamique des fluides. Par sa simplicité d'utilisation, sa précision intrinsèque et sa capacité à modéliser des phénomènes physiques à petites échelles, elle s'impose de plus en plus comme une alternative convaincante aux schémas standards basés sur les équations de Navier-Stokes. ([2])

Le principal souci lorsque l'on veut appliquer une méthode mathématique informatiquement, vient du fait que l'ordinateur est incapable de traiter des données continues. Ainsi, il est obligatoire d'effectuer un maillage de l'espace. Plus la discrétisation sera fine, plus le problème simulé informatiquement se rapprochera du problème réel continu.

L'idée fondamentale est donc d'imaginer que notre fluide est constitué d'un grand nombre de particules qui se déplacent de manière aléatoire. Les échanges d'énergie et de quantité de mouvement se font grâce à la diffusion et à la collision de particules qui interagissent telles des boules de billard (collision élastique binaire) au sein du fluide.

Comme explicité précédemment l'équation de transport de Boltzmann décrit un fluide par le biais de sa fonction de distribution. La résolution numérique de cette équation de transport nécessite sa discrétisation par rapport à l'espace des positions et l'espace des vitesses.

La discrétisation de l'espace des positions est réalisée sur une grille de nœuds espacés avec un pas Δx .

La méthode la plus usitée pour classifier les différents modèles de discrétisation des vitesses est le schéma $DnQm$. Dans ce cas n intervient sur la dimension du domaine de simulation et m définit le nombre de directions de propagation du fluide considéré. ([5])

Dans notre projet on se limitera au schéma $D2Q9$, comme illustré dans la figure (2.1) un modèle à deux dimensions où chaque particule du fluide est limitée à se déplacer selon 9 directions. Chaque direction est associée à un vecteur vitesse \vec{e}_i défini par :

$$\vec{e}_i = \begin{cases} (0, 0) & i = 0 \\ (1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1) & i = 1, 2, 3, 4 \\ (1, 1), (-1, 1), (-1, -1), (1, -1) & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

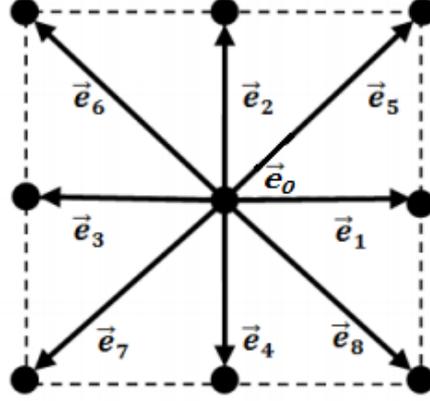


FIGURE 2.1 – *Modèle de discrétisation des vitesses D2Q9. (Figure extraite de [6])*

Avant de donner l'équation de Boltzmann discrétisée, on rappelle que l'équation continue de Boltzmann est :

$$\partial_t f(t, x, v) + v \cdot \nabla_x f(t, x, v) = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (2.5)$$

Où le terme à droite correspond à l'opérateur de collision.

En effet à chaque particule du fluide sur le réseau correspond une fonction de distribution discrète notée $f_i(\vec{x}, t)$ avec $i = 0, 1, \dots, 8$, où l'indice, i , fait référence aux vitesses discrètes et leurs directions \vec{e}_i .

La fonction de distribution est liée aux variables macroscopiques suivants : la densité $\rho(\vec{x}, t)$ et la vitesse $\vec{u}(\vec{x}, t)$. Elle décrit la probabilité pour une particule de se diffuser dans une direction privilégiée.

Ces quantités sont définies par :

$$\rho(\vec{x}, t) = \sum_{i=0}^8 f_i(\vec{x}, t) \quad (2.6)$$

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 c f_i(\vec{x}, t) \vec{e}_i \quad (2.7)$$

où $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$: est la vitesse des particules sur la grille.

2.2.1 La diffusion

La partie gauche de l'équation de Boltzmann (2.5) décrit l'étape de diffusion dans laquelle chaque distribution de particules de fluide se déplace vers les nœuds voisins du réseau selon la direction \vec{e}_i qui lui est associée. La figure (2.2) décrit le processus de diffusion :

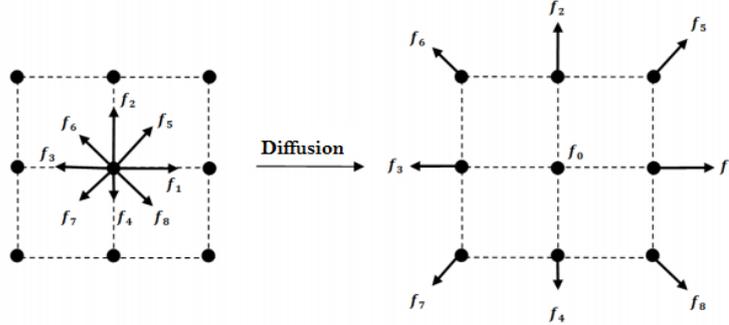


FIGURE 2.2 – Illustration du processus de diffusion. (Figure extraite de [6])

Après le processus de diffusion, à chaque point de l'espace sera associée 9 nouvelles distributions de particules : $f_i(\vec{x} + c\vec{e}_i, t + \Delta t)$.

Dans notre programme, nous choisissons des valeurs de c , Δx et Δt tels qu'ils répondent à la loi $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Et à partir de cette nouvelle distribution, on va calculer les nouvelles valeurs des variables macroscopiques ρ et \vec{u} en utilisant respectivement les relations (2.6) et (2.7) définies précédemment.

2.2.2 La collision

La partie droite de l'équation de Boltzmann (2.5) décrit l'étape de collision, elle intervient après l'étape de diffusion, dans laquelle deux particules qui se trouvent au même nœud du réseau rentrent en collision.

Plusieurs auteurs ont proposé une simplification de cet opérateur collision, le plus simple est l'opérateur **Bhatnagar-Gross-Krook** (BGK) ([3]). Ce dernier se substitue à l'opérateur de collision de l'équation de Boltzmann. C'est une approximation qui permet de simplifier la résolution de l'équation de Boltzmann et qui est très utilisée dans la LBM. Le terme de relaxation vers l'équilibre utilisé est beaucoup plus simple que le véritable opérateur mais respecte néanmoins les propriétés fondamentales de ce dernier pour une interaction moléculaire, ce qui correspond à notre cas.

On obtient ainsi l'opérateur BGK ([3]) :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = -\frac{f(t, x, v) - f^{eq}(t, x, v)}{\tau} \quad (2.8)$$

où $f^{eq}(t, x, v)$ est la distribution d'équilibre locale de Maxwell.

On précise que l'opérateur BGK satisfait aux propriétés de conservation (conservation de la densité, la quantité de mouvement et l'énergie).

La forme discrétisée de l'équation de Boltzmann est alors donnée par :

$$f_i(\vec{x} + c\vec{e}_i, t + \Delta t) - f_i(\vec{x}, t) = -\frac{[f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)]}{\tau} \quad (2.9)$$

(La partie de droite correspond à l'opération **BGK** discrétisé.)

où $f_i^{eq}(\vec{x}, t)$ est la fonction de distribution à l'équilibre définie par :

$$f_i^{eq}(\vec{x}, t) = w_i \rho \left[1 + 3 \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{c} + \frac{9}{2} \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2}{c^2} - \frac{3}{2} \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{c^2} \right] \quad (2.10)$$

où w_i : est le poids défini par :

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases}$$

$c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$: la vitesse des particules sur la grille.

Cette formule (2.10) donne une version discrète de la distribution de vitesse de Maxwell centrée autour d'une vitesse moyenne \vec{u} .

Pendant cette étape la fonction de distribution est modifiée et sa nouvelle valeur est calculée après un temps de relaxation, τ , en utilisant l'opérateur de collision BGK discrétisé.

On donne aussi l'expression de la viscosité cinématique, ν , qui permet de remonter au temps de relaxation, τ , ν , c et Δx étant des paramètres du problème connus et définis en amont.

$$\nu = \frac{2\tau - 1}{6} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \quad (2.11)$$

Chapitre 3

Modélisation

Le chapitre précédent était principalement basé sur l'explication et la compréhension physique de ce que notre programme doit réaliser. Dans la partie qui va suivre, nous allons détailler le déroulement logique du programme (son algorithme).

3.1 Le schéma algorithmique

Nous avons énoncé que la LBM se basait sur deux étapes fondamentales que sont la diffusion, puis la collision. Nous exposons maintenant le schéma algorithmique que nous allons utiliser dans notre programme :

1. Initialisation de $\rho, \vec{u}, f_i, f_i^{eq}$
2. Étape de diffusion : déplacement de la particule vers le nœud voisin suivant la direction \vec{e}_i ; $f_i \rightarrow f_i^*$
3. Calcul des nouvelles valeurs des variables macroscopiques ρ et \vec{u}
4. Calcul de la fonction de distribution à l'équilibre f_i^{eq}
5. Étape de collision : actualisation de la valeur de la fonction de distribution $f_i = f_i^* - \frac{1}{\tau}(f_i^* - f_i^{eq})$
6. Retour à l'étape 2.

L'algorithme est assez simple et ne comporte que quelques étapes. Cependant, chaque fonction doit être correctement écrite, puis testée, pour s'assurer qu'elle ne donne pas de résultat incorrect. Il convient donc de réaliser des tests pour chaque morceau de code, avant même d'être capable d'afficher une image ou des données, ce qui permettrait de facilement faire ressortir les erreurs en se rapportant à des quantités physiques.

Une autre partie importante du travail est de traiter les conditions aux interfaces. À la fin du projet, le programme devra être capable de gérer un écoulement au sein d'un espace plus complexe qu'une simple boîte de largeur et de longueur définies. Il devra par exemple permettre de simuler l'écoulement dans un tube simple percé ou dans un espace rectangulaire composé d'obstacles circulaires. Les conditions de collisions avec l'interface sont donc à programmer avec rigueur pour obtenir des résultats cohérents.

Nous allons principalement débattre dans la suite de ce chapitre des conditions aux bords, ainsi que de quelques tests qui ont été effectués durant les premiers phases du programme pour s'assurer de la cohérence des résultats.

3.2 Conditions aux bords

Si l'opérateur **BGK** permet de définir la façon dont les particules se comportent lorsqu'elles entrent en collision entre elles, il ne définit en aucun cas leur réaction lors d'une collision avec un mur ou des obstacles plus variés. Il faut donc créer, en plus de cet opérateur, des conditions de bords, c'est à dire prévoir ce que va faire la particule au contact d'un obstacle, si elle va glisser dessus, être déviée, ralentir, rebondir totalement...

Dans les premières esquisses de programme, aucune condition au bord n'a été réellement implémentée. De ce fait, lorsque nous avons commencé à définir la fonction de diffusion, il était impossible de tester cette dernière afin de voir si elle se diffusait convenablement.

Dans un espace simple en deux dimensions, sans obstacle autre que les bords de l'espace, nous avons donc mis en place nos premières conditions aux bords. Il s'agit en réalité d'une périodisation des limites, c'est à dire qu'arrivée à la fin de l'espace, une particule va se retrouver de l'autre côté. Cela simule un espace périodique, à vrai dire peu physique, mais il permet de voir si la diffusion fonctionne bien dans toutes les directions.

Nous avons ensuite simplement défini une quantité non nulle pour une distribution dans une seule case de l'espace, nous avons fait tourner la fonction de collision pendant plusieurs pas de temps et nous avons visualisé directement dans la console les espaces sous la forme d'un tableau. Nous avons ainsi pu remarquer que pour chaque direction \vec{e}_i , la distribution se propageait convenablement.

Les premières vraies conditions aux bords que nous voudrions mettre en place seraient assez simples. Lorsqu'une particule se retrouverait en contact avec un obstacle, cette dernière serait tout bonnement renvoyée dans l'autre direction. Ainsi, il suffit de poser des conditions sur la diffusion. Il y a trois cas possibles après un pas de temps :

1. La distribution de particules f_i se déplace suivant la direction \vec{e}_i vers la case suivante dans l'espace sans rencontrer d'obstacle.
2. La distribution se déplace vers la case suivante qui est une interface avec un obstacle et est renvoyée dans la direction opposée.
3. La distribution est déjà sur une paroi et se déplace de façon tangentielle à cette dernière, elle "glisse" sur la paroi.

Ces différents cas sont représentée dans la figure ci-dessus :

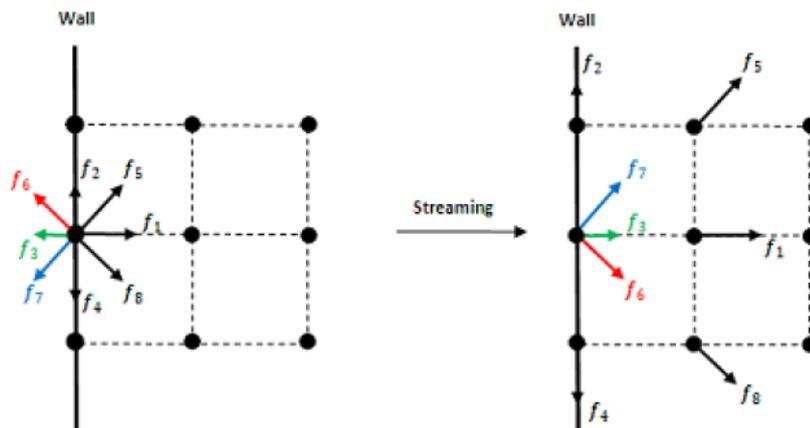


FIGURE 3.1 – Diffusion aux bords. (Figure extraite de [6])

Cependant, malgré l'absence de réelles conditions aux bords, il est possible avec l'avancement actuel du projet de fournir de premiers résultats qui permettent de vérifier la validité du programme en l'état.

Chapitre 4

Résultats

Le programme, s'il n'est pas fini, permet cependant de représenter des écoulements simples. Nous avons ainsi pu simuler des profils de vitesses analogues à des instabilités de Kelvin-Helmholtz que nous allons détailler dans cette partie.

4.1 Instabilités de Kelvin-Helmholtz

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz est un mouvement ondulatoire en dynamique des fluides qui se forme lorsque deux fluides thermiquement stables sont superposés et se déplacent à différentes vitesses à leur surface de contact. En effet cette différence de vitesse va créer un flot turbulent transversal au niveau de la zone de contact.

On peut observer ce genre de phénomènes dans le ciel au niveau des nuages (voir figure (4.1)) , qui forment des ondes, résultat d'instabilités au niveau du transport de quantité de mouvement, de température et de polluant. On les observe aussi dans les océans ou à plus petite échelle dans le comportement des plasmas.



FIGURE 4.1 – Nuages mettant en évidence les instabilités de Kelvin-Helmholtz. (Figure extraite de [4])

4.2 Résultats de la simulation

Nous nous mettons donc dans les mêmes conditions. La vitesse positive est au milieu et négative autour. Il va donc se créer un gradient de vitesse infini à l'interface, où les vitesses vont être en totale opposition. Afin d'avoir des résultats réalistes, à la valeur de la vitesse s'ajoute une petite quantité aléatoire, qualifiée de bruit, qui permet de ne pas avoir une homogénéité totale des vitesses sur l'ensemble de l'espace.

Au départ, les distributions de vitesses engendrent deux bandes de vorticité de valeur opposées (elles tournent en sens inverse). Des instabilités se créent très vite au sein du fluide et des vortex de plus en plus gros sont mis en évidence. A partir d'un certain temps, on remarque des figures analogues à des instabilités de Kelvin-Helmholtz (4.2d).

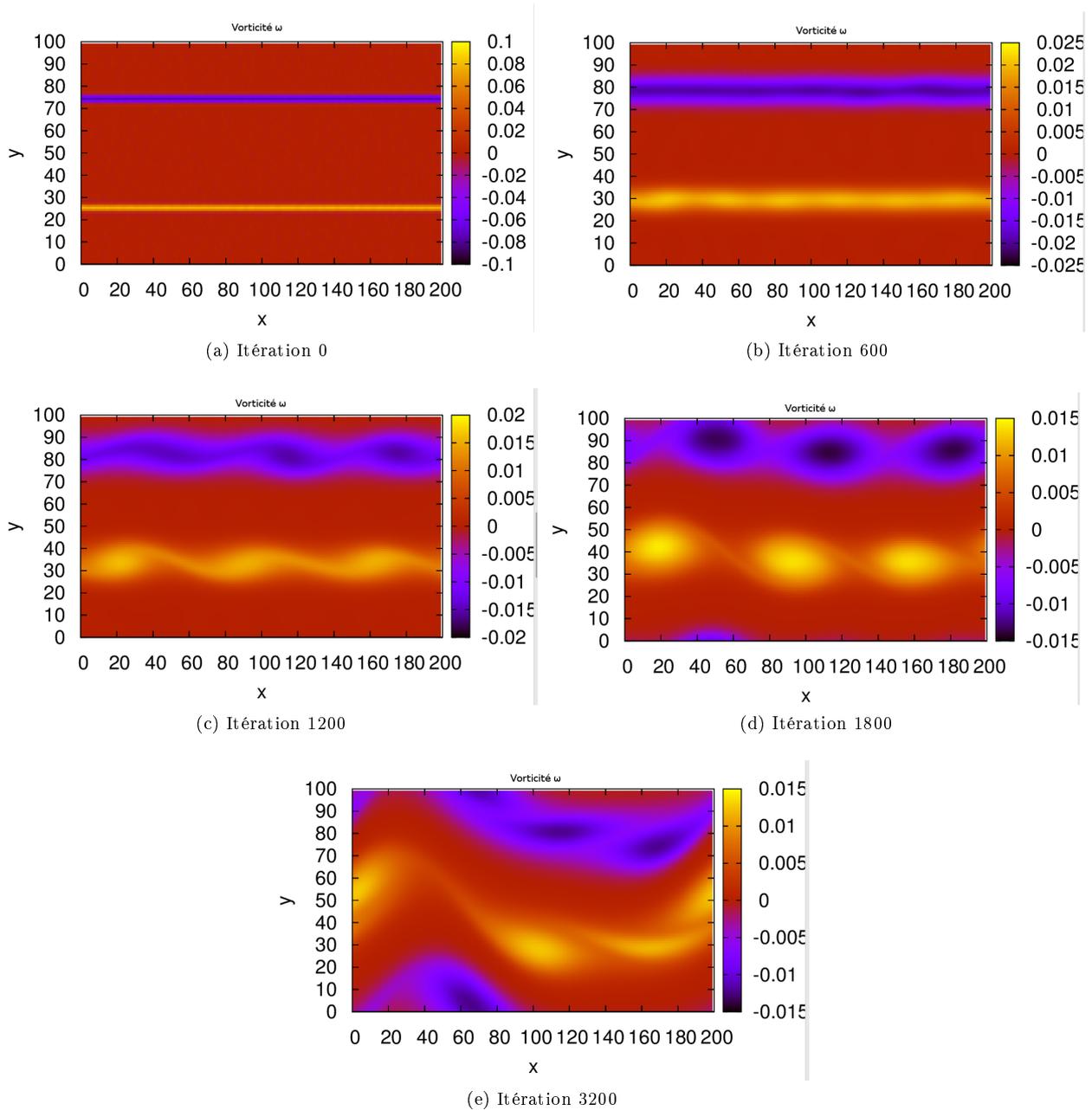


FIGURE 4.2 – Evolution de la vorticité au cours du temps avec un pas $\Delta t = 1$, vitesse $c = 1$, viscosité $\nu = 0.01$, pour 4000 itérations.

Chapitre 5

Conclusion

Pour conclure, nous n'avons pour l'instant pas pu établir l'intégralité de notre programme informatique, la mise en place d'un tel projet demandant plus de temps que celui dont nous avons pu disposer jusqu'à ce jour. Nous avons quand même d'ores et déjà pu réfléchir au squelette de notre programme et introduire les différentes fonctions et les paramètres qui nous seront utiles.

Les résultats que nous pouvons rapporter sont ceux sur un espace périodique sans condition aux bords. On arrive donc à étudier des cas simples d'écoulement en analysant l'évolution de la vorticité, la densité ou la vitesse des fluides. On peut ainsi créer des instabilités ressemblant à celle de Kelvin-Helmholtz.

On aimerait, à l'issu de ce projet créer un programme nous permettant de simuler l'écoulement de fluides en jouant avec les paramètres physiques du modèle tels que la viscosité, la densité ou la taille de l'espace et en imposant des conditions aux bords. De plus, le programme pourra en conclusion simuler des obstacles au sein de notre écoulement pour comprendre la réaction du fluide face à ces derniers. Cela rendrait notre expérience plus complexe et de ce fait plus intéressante.

On se rend compte, au fur et à mesure de l'avancée de notre projet, que la programmation de tels phénomènes est difficile, ne serait-ce que par la rigueur à adopter en écrivant notre programme. Le langage informatique demandant une grande exigence.

Il arrive que lors de la compilation le programme n'affiche aucune erreur, mais des fautes de logique ou de paramétrages peuvent conduire à des résultats totalement faux et non physiques.

Ce projet nous tient à cœur, c'est une première vraie expérience en immersion en laboratoire dans le domaine de la physique. Il nous permet également de conclure notre licence sur un aspect plus pratique de la physique théorique que nous appliquons au quotidien en cours. De plus, il est très enrichissant et nous permet de nous améliorer en informatique, avec une approche plus poussée du langage C, et en physique en comprenant mieux les phénomènes de dynamique des fluides. En travaillant en équipe, nous pouvons chacun exposer nos idées pour débattre et avancer plus efficacement.

Remerciements

Nous souhaitons remercier tout particulièrement messieurs Mathias Albert et Frédéric Hébert sans qui nous serions restés plus d'une fois bloqués sur notre programme et qui nous ont permis de progresser. Madame Valérie Doya, qui nous a beaucoup facilité le travail de rédaction de ce rapport et qui est à l'origine de la création de ces projets en laboratoire. Nous remercions également l'ensemble de nos enseignants qui nous ont permis d'acquérir les connaissances nécessaires à la réalisation du projet.

Enfin, nous pouvons aussi remercier l'université de Nice et surtout le Laboratoire INPHYNI de Sophia-Antipolis qui nous permettent d'utiliser leurs installations pour notre stage de fin de licence.

Références

- [1] bmw owners forum. Use of ansys software by bmw sauber f1 team. <http://www.bavarian-board.co.uk/forum_posts.asp?TID=42526&title=article-use-of-ansys-software-by-bmw-sauber-f1-team-commended>.
- [2] E. Lévêque. Simulation des écoulements. <<http://lmfa.ec-lyon.fr/spip.php?rubrique41>>.
- [3] Luc Mieussens. Transport de particules : modèles, simulation, et applications. <https://www.math.u-bordeaux.fr/~lmieusse/PAGE_WEB/ENSEIGNEMENT/MMK3/TRANSPORT_PARTICULES/cours_cinetique.pdf>, 2014.
- [4] Amusing Planet. Kelvin helmholtz clouds. <<http://www.amusingplanet.com/2013/07/kelvin-helmholtz-clouds.html>>.
- [5] Wikipedia. Méthode de boltzmann sur réseau. <https://fr.wikipedia.org/wiki/Méthode_de_Boltzmann_sur_réseau>.
- [6] Justin Meskas Yuanxun Bill Bao. Lattice boltzmann method for fluid simulations. *Research Gate*, 2014.